Engineering Library
TK
6540
.A62

ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

COMPAGNIES FRANÇAISES ASSOCIÉES DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

TOME I. AVRIL ET JUILLET 1946. Nos 4 ET 5.

TOME I — AVRIL ET JUILLET 1946 — Nos 4 ET 5

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

COMPAGNIES FRANÇAISES ASSOCIÉES DE T.S.F.

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE
LA RADIOTECHNIQUE
SOCIÉTÉ INDÉPENDANTE DE T.S.F.
COMPAGNIE RADIO FRANCE
COMPAGNIE RADIO MARITIME
COMPAGNIE RADIO ORIENT
COMPAGNIE RADIO CINÉMA
LA STÉATITE INDUSTRIELLE
SOCIÉTÉ DES TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

L. BOUTHILLON. — L'œuvre radioélectrique de Joseph Bethenod 279

P. GRIVET et H. BRUCK. — Le microscope électronique électrostatique 293

J. BERNIER. — Les principales méthodes de résolution numérique des équations intégrales de Fredholm et de Volterra 311

P. GUÉNARD. — Effet de lentille des champs alternatifs dans les tubes à modulation de vitesse. 319

J. DEVAUX. — L'étude des corps isolants par diffraction électronique. 324

J. LAPLUME. — Calcul de la bande passante minimum d'un système de transmission d'impulsions 327

S. GAILLARD. — L'équipement radioélectrique utilisé par le pilote d'un aérodyne et les installations au sol correspondantes 333

La reproduction des Mémoires et figures publiés dans les *Annales* est autorisée moyennant l'indication complète d'origine.

Les *Annales de Radioélectricité* ne sont pas mises en vente dans le commerce.

I.

L'ŒUVRE RADIOÉLECTRIQUE DE JOSEPH BETHENOD [1].

PAR LÉON BOUTHILLON,

Directeur des Services de Propriété Industrielle à la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.
Président de la Société des Radioélectriciens.

I. Origines et formation.

Notre ancien président Joseph Bethenod, à la mémoire duquel j'ai l'honneur de rendre hommage aujourd'hui devant vous, aimait, sur la fin de sa vie, à raconter qu'il s'était trouvé dans sa jeunesse devant trois voies qui toutes trois devaient le conduire à l'Académie.

Ses maîtres de l'Institution des Minimes, à Lyon, où il fit ses premières études, eussent volontiers choisi pour lui la carrière ecclésiastique. Il serait devenu, peut-être, évêque et membre de l'Académie française.

Apte aux études littéraires, doué d'une puissante imagination et d'une mémoire sans défaut, il aurait probablement fait une belle carrière de romancier qui eût pu lui ouvrir les portes de l'immortalité.

C'est une troisième vocation qu'il a choisie.

L'électricité industrielle, alors parée des attraits de la jeunesse et brillante de l'éclat que lui conféraient les noms prestigieux de Maurice Leblanc, Paul Boucherot, André Blondel séduisit l'imagination du futur inventeur qui, dès 1903, à 20 ans, publia dans *La Houille blanche* un premier mémoire sur la théorie des moteurs à réaction.

Ce travail, envoyé à Blondel, attira l'attention de celui-ci. Physicien, ingénieur, savant, Blondel dont on ne dit pas assez qu'il a été le plus grand théoricien français des débuts de la radioélectricité et l'auteur de mémorables inventions, était un découvreur de jeunes talents. Et les ayant découverts, il s'attachait à eux, les suivait, n'épargnait aucune peine pour les mettre en valeur. Ayant moi-même profité de ses encouragements, je ne m'étonne pas de ce que Bethenod, épaulé par lui au début, affectueusement aidé pendant toute sa carrière par le maître dont il était devenu l'émule, ait toujours manifesté envers lui une reconnaissance émue.

Blondel distingua Bethenod et en fit son assistant. Sa carrière était dès lors fixée : il serait électricien.

Mais il était tout le contraire d'un spécialiste. De ses études littéraires primitives lui restait le goût des idées générales. Quant à sa formation scientifique, il l'avait acquise par un travail personnel et avait échappé à la discipline parfois desséchante, au compartimentage excessif qu'imposent trop souvent les enseignements spécialisés. Il savait d'intuition qu'il est mauvais de s'enfermer dans une étroite clôture, que le développement de la technique et de la science exige des esprits ouverts, ayant des idées d'ensemble, capables de transposer dans un domaine des progrès acquis dans un autre. Il savait tout le prix des travaux scientifiques, surtout de ceux ayant une valeur générale. Grand admirateur des illustres théoriciens français de l'analyse mathématique, de la géométrie et de la mécanique, et notamment des grands physiciens-géomètres du début du XIXe siècle, il aimait tout jeune collectionner leurs éditions originales. Et quand, devenu lui-même un illustre maître, consacré par les lauriers académiques, il fut sollicité par ses amis des Compagnies françaises de télégraphie sans fil de leur indiquer quel souvenir de son élection à l'Académie des Sciences pourrait lui être le plus agréable, ce sont les œuvres de Cauchy et de Lagrange qu'il choisit comme celles qu'il verrait avec le plus de plaisir dans sa bibliothèque.

Mais ce culte des maîtres de la science française n'était pas exclusif. Bethenod avait au plus haut point, en même temps que l'imagination créatrice, l'art du concret et le goût des réalisations pratiques. Il ne se contentait pas d'inventer pour les autres, il aimait bricoler par lui-même. Le gamin qui, à 8 ans, construisait des locomotives remarquées, avait survécu dans l'académicien qui, au début

[1] Communication présentée à la Société des Radioélectriciens le 12 janvier 1946.

de la guerre, avait conjuré les restrictions d'essence en construisant de ses mains une petite voiture électrique qu'il aimait faire essayer à ses amis.

Il déplorait souvent que l'instruction donnée aux ingénieurs électriciens fût trop confinée à l'électrotechnique pure et qu'un trop grand nombre n'aient pas eu le bénéfice d'une formation mécanique qu'il estimait, plus qu'utile, absolument nécessaire. C'est un défaut qu'on ne risquait pas de voir chez lui. On retrouve les résultats de cet état d'esprit dans un grand nombre de ses réalisations en électrotechnique, en radioélectricité et, plus encore, dans l'automobile auquel, d'ailleurs grand amateur et grand praticien, il apporta d'importants perfectionnements.

Électrotechnique, radioélectricité, mécanique et automobile, tels sont les trois domaines principaux de l'activité d'une intelligence et d'une imagination claires et constructives, aussi soucieuses de progrès durables que de réalisations pratiques immédiates. Les travaux de Joseph Bethenod dans ces trois directions ont été analysés déjà dans la belle Notice que leur a consacrée M. G. Darrieus (*Bulletin de la Société française des Electriciens*, t. V, 6e série, janvier 1945). D'autre part, M. Louis de Broglie, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences et le Comité Blondel ont le projet de réunir ses œuvres principales en une publication où les chercheurs de l'avenir trouveront l'exemple d'un travail probe et fécond, en même temps que le témoignage de services éminents rendus à la science et à la technique.

A côté de ces manifestations, j'ai pensé que le meilleur moyen, pour nous, de rendre hommage à la mémoire de notre ancien président était de nous limiter à la partie de son œuvre que nous sommes le mieux à même d'explorer, celle qui a consacré sa renommée, c'est-à-dire ses travaux dans le domaine de la radioélectricité.

J'utiliserai en particulier dans ce but les deux Notices rédigées par Bethenod en vue de son élection à l'Académie des Sciences, ainsi que le Livre d'or de la Société française Radioélectrique.

Comme pour beaucoup de ceux qui, jeunes au début du siècle, ont ensuite fourni les cadres de la T. S. F. française, c'est pendant le service militaire à la Tour Eiffel que s'affirma la vocation radioélectrique de Bethenod. Assistant d'André Blondel, il avait été chargé d'assurer la liaison avec le capitaine Ferrié. Celui-ci le fit venir à la Tour Eiffel et le choisit comme assistant. L'appel de la jeune T. S. F. était alors irrésistible. Bethenod serait radioélectricien.

Son lieutenant, Paul Brenot, aujourd'hui Directeur général de la Société française Radioélectrique, en fit son ami et, le service militaire terminé, le mit en relations avec M. Émile Girardeau. Ces trois hommes ne se séparèrent plus. En 1910, au moment où il fonda la Société française Radioélectrique, Émile Girardeau s'associa Joseph Bethenod. Ce fut le début d'une collaboration que la mort seule a interrompue.

II. Les postes radiotélégraphiques à étincelles.

La première publication de Joseph Bethenod, sur la radioélectricité fut un important article [1] de l' « Éclairage électrique » *sur le transformateur à résonance* (1907). Les anciens radioélectriciens — on était alors au temps de la T. S. F. à étincelles — se souviennent que des avis divers opposaient alors les techniciens sur le meilleur mode de charge des condensateurs. L'antenne était excitée par un circuit à condensateur contenant un éclateur, et le problème était de charger périodiquement le condensateur qui se déchargeait à chaque fois dans le circuit à étincelle. Il s'agissait d'obtenir, avec une puissance donnée, la plus haute tension de charge possible.

Les uns, suivant la pratique inaugurée par Hertz et suivie par Marconi, employaient des transformateurs à noyau ouvert, du type de la bobine de Ruhmkorff (*fig.* 1) et ce dispositif a fait une belle

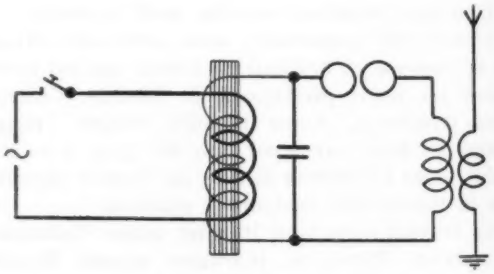


Fig. 1.

carrière; c'est en particulier avec lui que fut réalisée la première liaison radiotélégraphique à travers la Méditerranée, au moyen de deux postes établis l'un à Fort-de-l'Eau, près d'Alger, l'autre aux Saintes-Maries-de-la-Mer par notre regretté collègue G. E. Petit, alors chef du Service de Télégraphie sans fil qui venait d'être créé par l'Administration française des Postes et Télégraphes.

Les autres préféraient le transformateur à noyau fermé, alimenté par le secteur électrique, suivant

le montage de la figure 2, et l'on avait remarqué qu'une bobine de self-inductance placée dans le primaire (ou le secondaire) permettait d'augmenter notablement la tension de charge du condensateur. Cette solution, qui avait été proposée par d'Arsonval en 1896 en vue des applications médicales de la haute fréquence, avait été l'objet de quelques recherches, et notamment d'une importante étude expérimentale et théorique d'André Blondel.

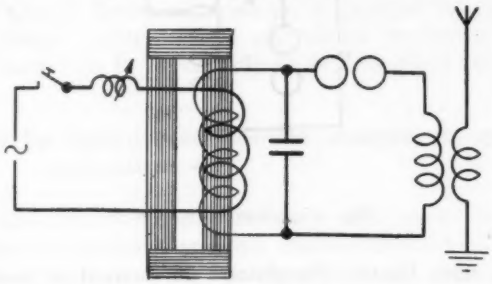


Fig. 2.

Chargé par le Capitaine Ferrié d'étudier les projets du matériel radiotélégraphique destiné aux postes alors projetés par le Service de la Télégraphie militaire pour la Guerre, et les Colonies, Bethenod, après s'être convaincu par une recherche expérimentale des avantages du procédé, aboutit à une méthode de calcul pratique.

L'expérience, bientôt expliquée par la théorie, le conduisit, à cette occasion, à la découverte de la ferrorésonance, due à l'effet de la saturation, dans le cas où des bobines de self-inductance ou des transformateurs sont associés à des condensateurs et qui se traduit par l'existence de deux régimes de fonctionnement stables. A ce phénomène souvent étudié depuis et retrouvé dans divers domaines, le nom de Bethenod est resté attaché.

Les premiers postes établis suivant cette technique utilisèrent des transformateurs de modèle industriel et, comme source, le réseau de distribution d'électricité à la fréquence de 50 p/sec. A raison d'une étincelle par demi-période, cela fait 100 étincelles par seconde. L'utilisation de la résonance conduisait d'ailleurs, afin d'augmenter au maximum la tension, à raréfier l'étincelle, et les anciens habitants du Champ de Mars n'ont pas oublié le bruit, analogue à celui du tambour, de la « roulante » de la Tour Eiffel, qui accompagnait l'éclatement des étincelles.

La gêne qu'il causait aux voisins était le moindre défaut du système. Un autre était que le son perçu à la réception, et dont la hauteur était de l'ordre de quelques dizaines de périodes par seconde, se distinguait difficilement des parasites. Pour y remédier, André Blondel avait, dès 1898, suggéré d'augmenter la fréquence des étincelles de telle façon que le son perçu (de l'ordre de 1000 p/sec) fût aisément perceptible malgré les parasites. On y gagnait l'avantage supplémentaire de se trouver dans le domaine de fréquences correspondant au maximum de sensibilité de l'oreille. Blondel avait également indiqué la solution par l'emploi d'alternateurs de fréquence dite musicale (500 à 1000 p/sec). Bethenod reprit la question et établit un matériel d'émission complet, dont l'organe essentiel était un alternateur à forte réaction d'induit dont la réactance propre était utilisée pour la mise en résonance, ce qui permettait d'alimenter directement un transformateur industriel chargeant la capacité du circuit oscillant. Cet alternateur fut établi pour 600, 1000 et même 1500 p/sec, obtenues sans l'emploi de vitesses exagérées et avec un rendement excellent, du fait du maintien précis des conditions de résonance et du mode de construction des machines.

Fidèle à sa méthode constante de faire marcher du même pas l'expérience et la théorie, il donna l'explication complète du fonctionnement du système en partant de la théorie des deux réactions de Blondel, dans un article [7] de *La Lumière électrique*, en 1909. Les conclusions de cette étude ont du reste été mises à profit pour l'étude du fonctionnement des alternateurs dans des réseaux contenant des capacités.

Un alternateur de 22 kW à 800 p/sec de ce type fut étudié et installé en 1909 à la station de la Tour Eiffel. L'éclateur était du type pointe-plateau; l'étincelle était soufflée par un ventilateur.

Adopté par la Société française Radioélectrique, ce matériel fut réalisé en de très nombreux exemplaires, avec des puissances diverses atteignant 300 kW, pour les stations fixes (Tour Eiffel, places fortes de l'Est, stations côtières des P. T. T., radiophares, nombreux postes coloniaux et étrangers), ou mobiles (postes militaires, postes d'aéronefs et d'avions, postes de navires).

En 1910, Bethenod établit le premier poste d'émission pour dirigeable, où les étincelles étaient obtenues au moyen d'un vibrateur et qui fut installé sur le *Clément-Bayard* et, le Commandant Ferrié étant l'opérateur, fit les manœuvres de Picardie. A la même époque, il construisit le premier matériel d'avion où, pour réduire le poids, une magnéto d'allumage était utilisée pour l'alimentation. Ce poste fut essayé par le Capitaine Brenot sur un avion Farman.

L'émission par étincelles posait d'ailleurs d'autres

problèmes auxquels Bethenod ne pouvait manquer de s'intéresser. Les premiers essais de Marconi (1895), qui datent aujourd'hui de cinquante ans, avaient consisté à exciter directement l'antenne, coupée par un éclateur, au moyen d'une bobine de Ruhmkorff (*fig.* 3). Mais on s'était vite aperçu de ce que

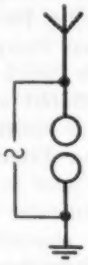


Fig. 5. — Marconi 1895.

cette disposition avait pour conséquence, en superposant dans un même circuit la résistance de l'antenne et celle de l'étincelle, un grand amortissement des trains d'onde émis et un encombrement de l'éther que le développement des radiocommunications rendit rapidement inadmissibles. Un premier remède fut de répartir les résistances sur deux circuits accordés et couplés, l'un constitué par l'antenne, l'autre contenant une capacité, une self-inductance, un éclateur (*fig.* 4 et 5) et relié à la source de charge. Sur le mode de couplage, les techniciens de l'époque étaient divisés entre partisans du radio-transformateur à deux enroulements (Tesla, *fig.* 4) et partisans de l'autotransformateur

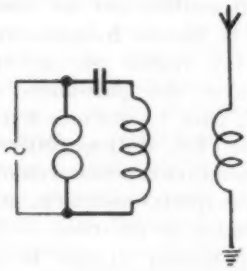


Fig. 4. — Montage Tesla.

(Oudin, *fig.* 5). La réalisation des circuits et la théorie du couplage firent alors l'objet d'un nombre imposant d'études. Sur toutes ces questions Joseph Bethenod avait son avis et le disait en de courts articles, suivant une méthode qui lui devint habituelle, où il exposait et justifiait ses idées avec une précision qui ne faisait aucun tort à la clarté [2, 4, 5, 8, 9, 10].

Une autre grosse question de l'époque de la télégraphie sans fil à étincelles fut celle de l'excitation par choc. Le système à deux circuits, bien que représentant un succès important vis-à-vis de l'excitation directe, présentait l'inconvénient que, l'énergie s'emmagasinant successivement dans l'un

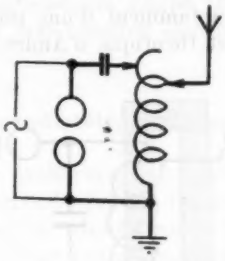


Fig. 5. — Montage Oudin.

et dans l'autre, l'amplitude du courant de haute fréquence dans l'antenne passait par une série de maximum et de minimum, à la manière de battements, et qu'en conséquence l'antenne rayonnait, non pas une seule fréquence mais deux fréquences distinctes, ce qui, encore une fois, encombrait l'éther à un degré incompatible avec le développement des radiocommunications (*fig.* 6 *a* et *b*).

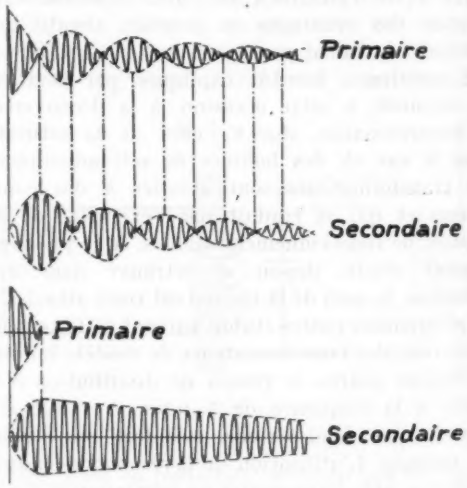


Fig. 6.

a. Oscillations du circuit d'excitation (couplage indirect).
b. Oscillations du circuit d'antenne (couplage indirect).
c. Oscillations du circuit d'antenne (excitation par choc).

Aussi s'appliqua-t-on à supprimer la réaction de l'antenne sur le circuit d'excitation aussitôt que celui-ci avait transféré son énergie à l'antenne.

Dans ces conditions, dès la charge terminée, l'antenne se décharge par oscillations d'une seule fréquence, celle du circuit d'antenne, et avec un amortissement réduit (*fig.* 6 *c* et *d*), la seule résistance (à part la résistance ohmique des conducteurs) étant la résistance de rayonnement, qui représente l'énergie utile. Les éclateurs devaient, pour fournir ce résultat, présenter des caractéristiques déterminées qui firent l'objet d'un certain nombre de brevets. Bethenod revint sur la question en 1918 et donna à cette occasion une théorie du fonctionnement dans la *Revue générale de l'Electricité* [17].

III. La théorie des circuits couplés et ses applications.

Les derniers articles auxquels nous avons fait allusion présentent sous des aspects divers et avec des conséquences diverses la théorie des circuits couplés excités par une force électromotrice harmonique. C'est une question sur laquelle Bethenod aima revenir souvent, développant l'étude et en tirant des résultats nouveaux. Commencée en 1909, cette suite renouvelée chaque fois par l'actualité ne se termina qu'en 1923.

Cela débute en 1909 par deux articles *sur le fonctionnement d'une antenne excitée par dérivation*; le premier [2] a pour objet le calcul des fréquences, le second [5] celui des amortissements, par une méthode de calcul intéressante, susceptible d'autres applications.

En 1909-1910, paraissent deux articles importants sur « *la réception des ondes électromagnétiques dans la radiotélégraphie* » [4] qui sont, en somme, une étude complète du système de deux circuits couplés avec une force électromotrice sinusoïdale insérée dans l'un d'entre eux. L'application à la réception est plus particulièrement envisagée dans le cas du couplage inductif. Le premier article concerne le cas de l'accord entre les deux circuits; il donne la formule du rendement d'une transmission d'énergie radioélectrique. Le second étudie le cas du désaccord; il recherche l'influence du degré de couplage; il démontre pour la première fois la possibilité d'une série de réglages donnant tous deux le maximum de réception.

L'étude se poursuit en 1910 par la « *comparaison des montages direct et indirect dans les stations radiotélégraphiques* » [8]; Bethenod disait son mot dans la querelle du « Tesla » et de l' « Oudin ».

Presque en même temps, il donnait son avis motivé « *Sur l'emploi du circuit intermédiaire de Stone en radiotélégraphie* » [9], 1910. Généralisant la méthode précédemment employée dans l'étude du montage en dérivation, il calcule les fréquences propres et les amortissements correspondants.

En 1913, dans un article « *Sur la valeur la plus favorable de la résistance utile d'un résonateur* » [10], il montre que, dans le cas des ondes amorties, l'amortissement utile le plus favorable est légèrement supérieur à celui dû aux pertes de toute nature, tandis qu'il lui est égal dans le cas des ondes entretenues.

Et la série se poursuivra quand il s'agira d'étudier la transmission de l'énergie d'un alternateur de haute fréquence à une antenne. C'est, en 1915, un important travail « *Sur le réglage des postes radiotélégraphiques à ondes entretenues produites par les machines à haute fréquence* » [12], adaptation au cas de l'émission de la théorie des circuits couplés établie en 1909 à propos de la réception [4]. L'influence du degré de couplage et du réglage des caractéristiques des circuits sur la puissance et le rendement est discutée. Une méthode de mesure de la résistance apparente d'une antenne est décrite. Un nouvel article [12], 1917, donne un exemple numérique sur un cas particulier. La question est reprise en 1919 dans une étude « *Sur les machines à haute fréquence et leur réglage* » [19], 1919.

On trouve en 1918 un article « *Sur la théorie de l'excitation par choc d'un circuit oscillant* » [17], auquel nous avons déjà fait allusion.

Les applications à la réception sont enfin l'objet d'une suite d'études :

« *Sur la théorie des circuits radiotélégraphiques et radiotéléphoniques récepteurs* » [20], 1919, qui donne la théorie de la réception avec détecteur à loi quadratique, avec détermination des réglages procurant le maximum d'intensité et théorie graphique de la résonance musicale;

« *Sur la théorie des systèmes récepteurs différentiels* » [25], 1922, dans lequel l'auteur recherche le meilleur réglage pour l'affaiblissement des parasites, sans que les signaux soient notablement diminués. Il montre que certains réglages sont équivalents à celui obtenu par le moyen des circuits intermédiaires;

« *Théorie de la réception sur antenne apériodique* » [31], 1923. Comme conséquence de la théorie du récepteur donnée en 1909 [4], l'auteur établit que sur antenne apériodique la réception peut être aussi forte qu'avec une antenne accordée. La démonstration, très simple, est basée sur le principe de la conservation de l'énergie.

Cet ensemble d'articles, parfaitement enchaînés

et rattachés à une idée commune, est caractéristique de la manière de Bethenod, toujours soucieux de guider l'expérience par la théorie, de ne laisser sans explication aucun phénomène révélé par l'expérience. On ne peut qu'admirer, comme l'a si bien dit sans sa Notice M. G. Darrieus « cette attitude indépendante, mais toujours large et élevée à l'égard même d'humbles problèmes, ainsi que la préoccupation de les rattacher toujours aux grands principes.... C'est ce souci constant de portée et de généralité des résultats, fruit d'une forte culture scientifique ainsi que d'un sens profond et sûr des faits essentiels, qui contribue à rendre l'étude d'une œuvre comme celle de Bethenod, si fructueuse et digne d'être proposée aux efforts des débutants ».

IV. L'alternateur à haute fréquence.

J'ai, pour exposer les travaux se rapportant aux circuits couplés, interrompu l'exposé des débuts de la T. S. F. à étincelles au moment où celle-ci, dans la recherche d'un encombrement minimum de l'éther, avait évolué de l'excitation directe vers l'excitation indirecte, puis vers l'excitation par choc.

Pour diminuer l'encombrement de l'éther, le moyen idéal était d'émettre des ondes pures, d'amplitude constante. Le moyen de les obtenir fut étudié dès la naissance de la radioélectricité et la première solution mise en application sur une grande échelle fut l'arc à haute fréquence. Mais le rendement était médiocre et la gêne causée aux stations voisines était encore considérable.

La solution par l'alternateur à haute fréquence, si elle était réalisable, était beaucoup plus tentante.

La question était étudiée en France. Dès 1907, Joseph Bethenod s'y était intéressé [11] et avait proposé un alternateur inspiré d'une machine de Dolezalek, construite par Siemens et Halske pour les mesures en courant de fréquence acoustique.

Elle se composait (*fig.* 7) d'un rotor denté en tôle de fer feuilleté aussi finement que possible, tournant à l'intérieur d'un stator portant un nombre de dents égal à celui du rotor et muni d'un enroulement parcouru par un courant continu et créant une série de pôles magnétiques alternés. Quand le rotor tourne, il se produit dans l'enroulement, par variation de la self-inductance, un courant alternatif d'induction qui se superpose au courant excitateur et peut alimenter par exemple une antenne radiotélégraphique A. Une bobine de self-inductance L en série avec la source de courant continu et un condensateur C en dérivation empêchent le passage du courant alternatif par la source D.

La fréquence est donnée par la formule :

$$f = mn,$$

m étant le nombre de pôles du rotor et n le nombre de tours par seconde. Elle est double de la valeur obtenue avec un alternateur à rotor excité suivant les principes usuels.

Mais cet avantage était contrebalancé par la nécessité de réduire la vitesse à cause de l'emploi de tôles feuilletées et de choisir un pas polaire plus grand qu'avec une machine normale, en raison de l'effet très accusé des fuites magnétiques.

La machine ne fut pas construite, pas plus qu'une autre basée sur les variations de capacité de deux disques dentés, dont l'un tournait en regard de l'autre, envisagée par Joseph Bethenod fin 1908 [11].

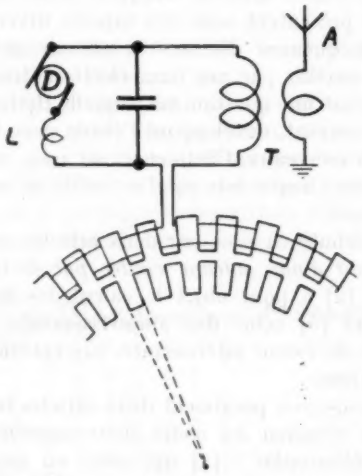


Fig. 7.

La question était d'ailleurs étudiée en Allemagne et en Amérique.

En 1912 la Société allemande Telefunken avait construit, pour la grande station de Nauen, un ensemble comportant un alternateur de fréquence relativement élevée et des multiplicateurs de fréquence. En 1913, l'ingénieur allemand Rudolf Goldschmidt, réinventant un type de machines dont Paul Boucherot avait auparavant indiqué le principe, avait réalisé des alternateurs à haute fréquence qui, très admirés à l'époque, donnèrent ensuite de graves mécomptes.

A la même époque, aux États-Unis, Alexanderson, appliquant toutes les ressources de la mécanique à la réalisation d'alternateurs homopolaires, préparait les belles machines à haute fréquence qui,

par la suite, ont équipé les stations américaines à grande puissance.

En France, la question n'était pas perdue de vue. Le 9 septembre 1909, Bethenod avait conclu avec le chef de bataillon Ferrié un marché pour la fourniture d'un alternateur à haute fréquence qui fut réalisé sous une forme plus simple que la machine Goldschmidt, comportant la mise en cascade d'alternateurs diphasés [11].

Soit (*fig.* 8) A_1 le stator d'un premier alternateur alimenté par exemple par une source à courant

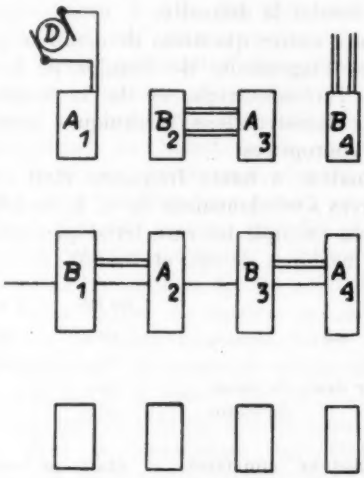


Fig. 8.

continu D; le rotor B_1 est parcouru par un courant diphasé de fréquence f. Ce courant est transmis au rotor A_2, les connexions étant faites de façon que le champ tournant produit par A_2 tourne dans le même sens que le rotor; on obtient alors dans le stator B_2 un courant de fréquence $2f$. En passant de même de B_2 à A_3, on a dans le rotor B_3 un courant de fréquence $3f$ qui, transféré au rotor A_4, donne dans B_4 un courant diphasé de fréquence $4f$.

Pour alimenter l'antenne A au moyen de ce courant diphasé, la force électromotrice de la phase 1 était insérée dans l'antenne, celle de la phase 2 était couplée par un transformateur par l'intermédiaire d'un circuit à self et condensateur (*fig.* 9). Dans ces conditions, si l'on suppose les condensateurs réglés de façon à supprimer tout effet de self induction dans leurs circuits respectifs et si l'on appelle R la résistance de l'antenne (résistance de rayonnement compris), la condition nécessaire et suffisante pour que les amplitudes des courants circulant dans les deux circuits soient les mêmes est que leur déphasage relatif dans le temps soit $\frac{\pi}{2}$ et que la relation

$$M = \frac{R}{4\pi mf}$$

soit satisfaite, mf étant la fréquence fournie par le dernier alternateur diphasé.

Un alternateur établi sur ce principe en 1914 par la Société alsacienne de Constructions méca-

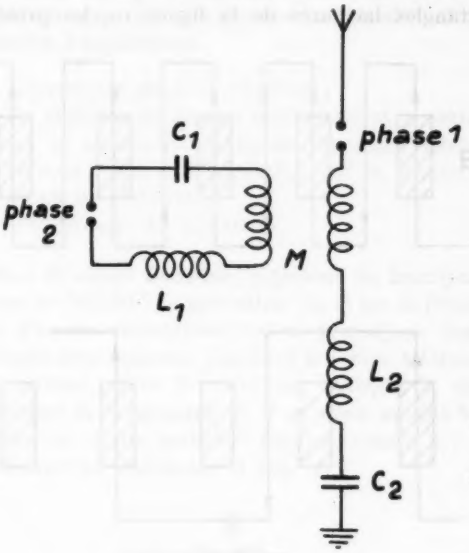


Fig. 9.

niques fournissait la fréquence de 24 000 p/sec avec 5 kW de puissance. Il fut mis en service en 1915 au poste de Lyon-la-Doua.

Cependant la difficulté d'obtenir des fréquences suffisantes suivant les principes utilisés dans les alternateurs usuels, et même dans les alternateurs homopolaires qui, toutes choses égales d'ailleurs, produisent en principe une fréquence double, conduisait à rechercher des artifices permettant de multiplier la fréquence. Finalement, la Société française Radioélectrique, représentée en particulier par J. Bethenod et M. Marius Latour, et la Société alsacienne de Constructions mécaniques, avec la collaboration de MM. Roth, Belfils et Bilieux, résolurent définitivement le difficile problème qu'elles s'étaient posé, et la première machine du type définitif fut un alternateur à haute fréquence de 220 kW, 20 000 p/sec qui fut installé en août 1919 au poste de Lyon-la-Doua.

Pour faciliter la construction du stator sans diminuer la fréquence, on utilisait un principe

que j'avais indiqué en 1913, consistant à employer des nombres différents de pôles sur le rotor et le stator (*Annales des Postes, Télégraphes et Téléphones*, vol. 3, 1913, p. 618 et *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie*, vol. 8, 1914, p. 34) et dont un cas particulier avait ensuite été breveté en 1915 par M. Marius Latour (Brevet 502.440, 7 septembre 1915). Étant donné un rotor homopolaire dont les pôles magnétiques (par exemple tous des pôles Nord) vus de face sont représentés par les rectangles hachurés de la figure 10, les principes

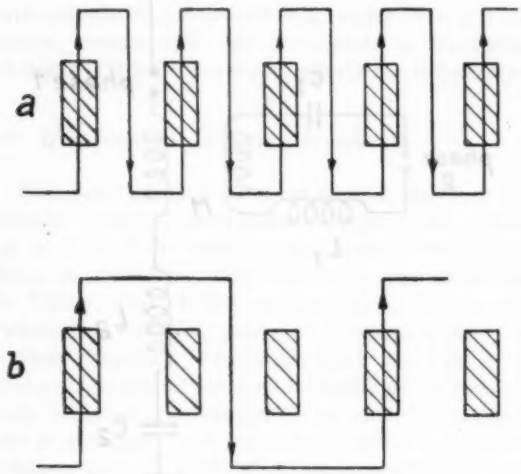


Fig. 10.

usités dans la construction des alternateurs auraient conduit, pour le stator, au type d'enroulement représenté par la figure 10 *a*. Le nombre de pôles du stator est alors double de celui du rotor et la place disponible pour les enroulements est trop réduite pour que les hautes fréquences nécessaires puissent être atteintes sans difficulté.

L'artifice adopté consiste à supprimer deux sur trois des conducteurs actifs du stator et à réaliser l'enroulement suivant le schéma de la figure 10 *b*. Ainsi, sans que soit diminuée la fréquence, le nombre de pôles du stator est divisé par trois, et la place disponible pour l'enroulement devient suffisante. J. Bethenod a du reste révélé plus tard [41] que la même disposition avait été employée antérieurement par Villard dans un alternateur du type Mordey.

Bien d'autres problèmes restaient à résoudre.

Celui des tôles magnétiques suffisamment minces et possédant les qualités requises n'était pas le moindre. On mit à profit les travaux de M. Jouaust sur les propriétés du fer en haute fréquence.

Il fallait établir la forme et le dimensionnement le plus approprié des pôles et encoches du stator et du rotor. Joseph Bethenod apporta à cette étude une importante contribution (Brevet 492.414).

Il était nécessaire d'éviter les pertes de frottement qui eussent été considérables, du fait de la grande vitesse de rotation, si le rotor eût tourné dans l'air à la pression normale; on y parvient en établissant dans l'entrefer un vide partiel.

Il fallait assurer le refroidissement de la machine, en évacuant la chaleur produite dans les enroulements et les tôles; une circulation d'huile sous pression résolut la difficulté.

Et bien d'autres questions de détail se posèrent, auxquelles l'ingéniosité de l'équipe de la Société française Radioélectrique et de la Société alsacienne de Constructions mécaniques apporta les réponses appropriées.

L'alternateur à haute fréquence était créé. Les types divers s'échelonnaient de 25 à 500 kW. Nous donnons en exemple les caractéristiques principales de deux machines de 250 et 500 kW.

	250 kW.	500 kW.
Vitesse (t : mn)	3000	2330-2500
Fréquence	20400	14000-15000
Nombre de dents du rotor	408	360
» du stator	272	240

L'alternateur construit, il était nécessaire de mettre au point l'organisation qui permettrait d'en tirer le meilleur parti pour l'application aux radiocommunications.

Régulation de la fréquence, d'autant plus nécessaire que l'utilisation comportait le fonctionnement en résonance avec les circuits électriques : ce fut l'œuvre de l'illustre ingénieur Thury, de Genève. Mais Bethenod avait apporté à la question une intéressante contribution.

Liaison entre l'alternateur et l'antenne. C'était une question à laquelle Bethenod était préparé depuis longtemps. Dès 1909-1910, il avait publié dans le *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie* une théorie des circuits couplés en oscillations entretenues, basée sur une discussion générale des propriétés du système de deux circuits couplés, accordés ou non, dont l'un est soumis à une force électromotrice harmonique. L'étude fut reprise à l'occasion du réglage des postes à alternateur et donna lieu à des articles dans *La Lumière électrique* [12], 1915, puis dans la *Revue générale de l'Electricité* [12], 1917.

D'autre part, dans le but d'augmenter les possibilités et la souplesse de l'exploitation, fut étudié le couplage de plusieurs alternateurs qui pouvaient

ainsi débiter en parallèle sur une même antenne, multipliant la puissance rayonnée, en rapport avec l'intensité du trafic.

Enfin fut résolu le problème du « multiplex » par lequel plusieurs télégrammes peuvent être transmis en même temps sur des longueurs d'onde différentes en évitant les réactions mutuelles, magnétiques ou électriques de ces différentes émissions (Brevets 519.575, 532.432, 536.739).

Ainsi la même station comportant une seule antenne, pouvait, suivant les besoins de l'exploitation, travailler soit comme une station unique de puissance égale à celle des alternateurs qui y étaient installés, soit comme autant de stations différentes qu'elle possédait d'alternateurs.

L'alternateur de haute fréquence S. F. R. fut, du point de vue technique, une éclatante réussite. Les alternateurs de Sainte-Assise, après vingt-cinq ans de service, fonctionnaient avec la même régularité qu'au premier jour quand, en 1944, ils furent mis hors de service par les Allemands contraints de quitter la France.

Le succès ne fut pas moindre du point de vue du prestige de la France en matière radioélectrique. L'alternateur de haute fréquence S. F. R. a été la pièce maîtresse du matériel radiotélégraphique français qui, après la guerre de 1914-1918, a fait le tour du monde et a donné à notre pays une place enviable dans la compétition radiotélégraphique internationale. Ils furent à Croix-d'Hins, La Doua, Sainte-Assise (avec ses huit alternateurs) en France, Bamako, Hanoï, Saïgon, Tananarive, dans nos colonies, Ruysselde (Belgique), Coltano et Milan (Italie), Bucarest (Roumanie), Podebrady (Tchécoslovaquie), Istamboul et Ankara (Turquie), Belgrade (Yougoslavie), Rio de Janeiro (Brésil), Yunnan-Fou (Chine), Funeboshi (Japon). Avec eux, la radiotélégraphie française a pris pied sur tous les continents.

Parallèlement aux alternateurs à haute fréquence, le fonctionnement des multiplicateurs statiques de fréquence a retenu l'attention de Joseph Bethenod. Dans des conférences faites à l'École supérieure d'Électricité [49], on trouve une étude analytique du fonctionnement en charge de ces appareils, basés sur la saturation du noyau magnétique.

V. La lampe électronique.

Dans le domaine des lampes à trois électrodes, il est nécessaire de citer une importante étude intitulée « *Sur l'emploi des audions comme générateurs autoexcitateurs* » [15], 1916, dans laquelle se trouve exposée pour la première fois la théorie des triodes employées comme générateurs d'ondes entetenues, compte tenu du débit de la grille, étude qui a été le point de départ de très nombreuses publications.

La théorie de l'auto-entretien des oscillations a d'ailleurs, à plusieurs reprises, retenu l'attention de Joseph Bethenod : témoins trois articles « *Sur les courbes caractéristiques et les conditions de stabilité des régimes* [14], 1916, 1917, 1918, dans lesquelles, après la généralisation de la condition de stabilité de Kaufmann, sont successivement étudiés divers exemples d'application :

— l'amorçage de l'arc chantant;

— la stabilité du groupe moteur-shunt à courant continu et alternateur à haute fréquence débitant sur antenne, avec un appendice sur la notion de coefficient de stabilité,;

— l'amorçage du dynatron.

Dans le même domaine, signalons un intéressant brevet n° 502.519 (5 novembre 1915) sur la production d'ondes entretenues au moyen d'une lampe analogue à ce que sera plus tard la lampe à faisceau qui contient, dans le vide, une cathode 2, deux électrodes de commande 4, 4′ et deux anodes 5, 5′ portées au même potentiel par une source à force électromotrice constante 3 (*fig.* 11).

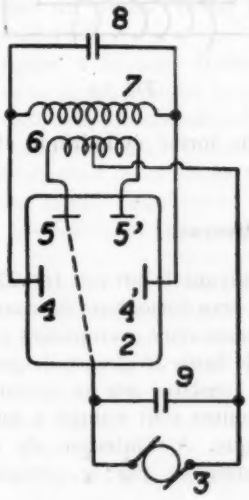


Fig. 11.

Supposons d'abord le champ électrique entre les plaques 4 et 4′ de sens tel qu'il dirige le faisceau électronique sur l'électrode 5, comme l'indique le trait en pointillé. Il s'ensuit un accroissement de

courant dans l'enroulement compris entre l'anode 5 et le milieu du transformateur 6, d'où dans le secondaire 7 une force électromotrice qui, appliquée aux plaques 4, 4', inverse le champ électrique dans l'espace qui les sépare. Le faisceau électronique est alors projeté sur l'électrode 5' et ainsi de suite.

Le faisceau électronique prend ainsi un mouvement d'oscillation très rapide, dont la fréquence est réglée par le circuit résonnant formé par la self-inductance 7 et le condensateur 8, et l'on obtient dans ce circuit des oscillations qui peuvent être transmises à un dispositif d'utilisation.

D'autres brevets concernent la construction des lampes. Indiquons, dans le lot (Brevet 563.587, 16 juin 1922), une intéressante application de la haute fréquence au chauffage des cathodes des lampes à grande puissance. La cathode est un tube de cuivre. A l'intérieur passe un circuit magnétique en tôle divisée, excité par un enroulement parcouru par du courant de haute fréquence. La grille et la

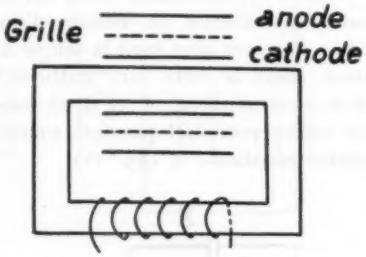


Fig. 12.

plaque sont de forme cylindrique et entourent la cathode (*fig.* 12).

VI. Études diverses.

Relevons, suivant le brevet 480.273 (1er décembre 1914), un transformateur de courant qui a été réalisé en de nombreux exemplaires pour la mesure des courants de haute fréquence de grande intensité. L'appareil est constitué par un enroulement torique dont les extrémités sont réunies à un milliampèremètre thermique. A l'intérieur du tore passe un conducteur parcouru par le courant à mesurer (*fig.* 13).

Si R est la résistance de l'enroulement, L sa self-inductance, M la mutuelle inductance du circuit du tore et du circuit parcouru par le courant I_1 à mesurer, l'équation différentielle du courant

$$L\frac{dI_2}{dt} + RI_2 + M\frac{dI_1}{dt} = 0,$$

ou, en notation imaginaire

$$(jL\omega + R)I_2 + jM\omega I_1 = 0,$$

d'où, en représentant maintenant par I_1 et I_2 les intensités efficaces

$$I_1 = \frac{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}{M\omega} I_2.$$

Mais le système constitue un transformateur

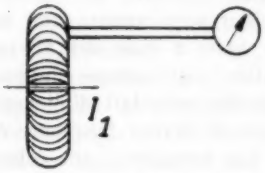


Fig. 13.

parfait, puisqu'un tore régulièrement enroulé est une bobine sans fuites. On en déduit :

$$L = nM,$$

n étant le nombre de tours et, par conséquent,

$$I_1 = n\sqrt{1 + \frac{R^2}{L^2\omega^2}}\, I_2.$$

Si R est petit par rapport à $L\omega$, on a simplement :

$$I_1 = nI_2$$

et le courant se trouve réduit dans la proportion du nombre de tours de l'enroulement torique et peut être mesuré au moyen d'un appareil du type courant, par exemple un appareil thermique.

On remarquera que, contrairement à ce qui se passe ordinairement, l'erreur commise sur la mesure est d'autant plus faible que la fréquence est plus élevée dans les limites où la capacité de l'enroulement n'intervient pas.

Signalons enfin les articles suivants parmi d'autres publications dont on trouvera la liste à la fin de cette Notice :

Théorie de la réception sur antenne horizontale de grande longueur [28], 1923, dans laquelle l'auteur analyse complètement le fonctionnement de l'antenne Beverage;

Sur le dimensionnement des filtres usités en radiotechnique [24], 1921, étude de la spécification des bobines à réactance utilisées pour limiter le courant alternatif dans un circuit parcouru également par un courant continu donné;

Sur le dimensionnement des shunts résonnants et des filtres à condensateurs usités en radiotechnique [38], 1927;

Sur une application du générateur polyphasé de M. Mesny [34], 1925, décrivant un système d'aériens orthogonaux alimentés au moyen de courants déphasés. Suivant la valeur du déphasage, on obtient une émission dirigée ou non;

Calcul du champ produit à grande distance par un courant de haute fréquence circulant dans un conducteur rectiligne de longueur quelconque [33], 1924, calcul s'appliquant aux antennes vibrant sur harmoniques et effectué au moyen de la représentation symbolique des courants alternatifs, qui peut être utilisé dans des cas très divers;

Etude d'un circuit oscillant soumis à l'action de deux forces électromotrices harmoniques [36], 1925, intéressant pour la théorie de l'hétérodyne. Le calcul est fait au moyen d'une construction graphique très simple, qui permet de suivre simultanément les variations des deux courants, et de calculer en particulier le maximum du produit des amplitudes.

Après 1925, on ne trouve plus beaucoup, dans les publications de Bethenod, d'études consacrées à la technique des radiocommunications. D'autres domaines, l'électrotechnique et l'automobile, occupèrent, pendant une quinzaine d'années, la plus grande part de son activité. Quand la guerre vint, en 1939, il fut de ceux qui comprirent quelle pouvait être l'importance militaire de la recherche scientifique, et revint à la radioélectricité. Nous signalons en particulier deux brevets non encore publiés, déposés au nom de la Société française Radioélectrique (en collaboration avec M. Henri Chireix) et décrivant un système original de détection électromagnétique sur ondes de l'ordre du mètre, avec élimination de l'effet de la réflexion des ondes sur le sol.

J'ai cité quelques brevets. Il faudrait en ajouter bien d'autres. Il n'est aucun domaine de la haute et de la basse fréquence auquel Bethenod n'ait apporté sa contribution. Nous avons, sur les haut-parleurs, plusieurs brevets intéressants dont l'un contient, avant l'article classique de l'américain Blake sur la question, l'application de la contre-réaction. Il y en a d'autres sur les commandes à distance, la transmission des signaux sur les lignes d'énergie, le phonographe, le récepteur téléphonique. Citons, pour terminer, le brevet 564.063 sur l'application de la T. S. F. au théâtre. L'acteur se déplace sur un tapis métallique et sous un plafond ou un dais également métallique, qui constituent les armatures d'un condensateur relié à une source de haute fréquence. Dans cet espace règne un champ électromagnétique de haute fréquence dont on peut tirer les effets les plus spectaculaires : excitation d'ampoules portées par l'acteur et produisant des lumières diversement colorées, effluves lumineuses sortant des motifs métalliques fixés sur ses habits, aigrettes prolongeant ses doigts, supposés munis d'ongles métalliques.

VII. Biographies et histoire de la radioélectricité.

Lui-même pionnier de la T. S. F., Bethenod aimait à se reporter aux premières années de la Radioélectricité et à faire rendre à chacun ce qui lui était dû.

Dans une courte étude intitulée « *Les origines de la T. S. F.* » [30], 1923, il réclame en faveur de Tesla la gloire d'avoir été le véritable inventeur de la T. S. F. Il rappelle qu'avant 1893, cet illustre ingénieur avait introduit l'antenne, la prise de terre, la nécessité du réglage à la résonance à la réception avec des selfs-inductances et des condensateurs; qu'il avait compris l'intérêt des ondes entretenues et construit des alternateurs à haute fréquence dès 1887. Une nouvelle étude d'ensemble, embrassant tous les aspects de la féconde carrière et des inventions de Nikola Tesla, fut écrite par Bethenod en 1938 [44].

Une autre figure à laquelle Bethenod saisissait toutes les occasions de faire rendre un juste hommage d'admiration était celle de son ancien maître André Blondel. Pour nous borner au domaine de la radioélectricité, celui-ci était pour lui le théoricien qui, dès 1898, avait donné l'explication définitive du rayonnement des antennes, l'inventeur qui avait découvert en 1898-1900 la télégraphie sans fil à étincelles musicales et la résonance acoustique, puis, en 1902, le cadre radiogoniométrique. Il était le puissant animateur qui savait découvrir les vocations et enflammer les autres de la même passion scientifique dont il donnait un si magnifique exemple quand, alité durant des années, il accumulait, dans les domaines les plus divers, les inventions et les recherches. A sa mort, en 1938, Bethenod lui rendit un magnifique hommage [46].

Dans l'article intitulé « *Sur les machines à haute fréquence, leur théorie et leurs applications* » [11], 1914, on trouve une intéressante revue de l'histoire des alternateurs à haute fréquence.

Un autre article « *Dix ans de T. S. F.* », écrit à l'occasion de la célébration du dixième anniversaire

de notre Société, retraçait l'historique des postes à étincelles, des arcs, des alternateurs [41].

Signalons enfin une courte biographie sur Paul Jéjou [16], inventeur mort jeune, en 1918, dont quelques-uns d'entre nous se souviennent comme d'un de ces chercheurs ardents que la T. S. F. d'alors avait suscités et qui la servirent d'un culte exclusif. Bethenod avait, en lui, reconnu le démon qui le possédait lui-même.

VIII.

Telle a été l'œuvre radioélectrique de Joseph Bethenod. On ne peut, l'ayant parcourue, se défendre d'un sentiment de mélancolie en pensant au destin des inventeurs, dépensant allègrement les ressources d'un magnifique talent pour des trouvailles que les découvertes de leurs successeurs enseveliront d'autant plus vite que le progrès aura été plus rapide. Cette tristesse était parfois celle de Bethenod, quand il songeait aux travaux de sa jeunesse, aux postes à étincelles à tout jamais oubliés des jeunes générations, aux splendides alternateurs si tôt relégués par les ondes courtes et les lampes au rang d'accessoires démodés. Mais il ne s'attardait pas à ses mélancoliques souvenirs et l'éternelle jeunesse de l'imagination créatrice l'anima jusqu'au dernier jour.

Et d'ailleurs, Bethenod n'était pas tout entier dans ses recherches théoriques ou ses inventions. L'un des premiers et des plus illustres techniciens de la T. S. F., il fut lui aussi, toute sa vie, un conseil et un animateur. Quand il n'inventait pas lui-même, il mettait à la disposition des autres les dons qu'il possédait, son imagination, son savoir étendu à tous les domaines de l'art de l'ingénieur, sa prescience de ce qui était possible et de ce qui ne l'était pas, qui l'a toujours préservé des entreprises hasardeuses pour lui faire saisir le concret et l'utile et plus que tout, son inépuisable bonté et son désintéressement. Il restera par là dans la mémoire de tous ses amis.

PUBLICATIONS DE J. BETHENOD
dans le domaine de la Radioélectricité.

1. *Sur le transformateur à résonance* (*L'Éclairage électrique*, 26 octobre 1907, p. 115; 2 novemvembre 1907, p. 145; 16 novembre 1907, p. 217; 30 novembre 1907, p. 289; 14 décembre 1907, p. 377; 28 décembre 1907, p. 454, vol. III).
2. *Sur le calcul de la fréquence propre d'une antenne excitée indirectement en dérivation* (*La Lumière électrique*, 30 janvier 1909, t. V, sér. 2, p. 135).
3. *Ueber den scheinbaren ohmschen Widerstand von dünnen Metallplatten für Wechselstrom* (*Jahrbuch der Drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, t. 2, 1909, p. 397).
4. *Ueber den Empfang elektromagnetischer Wellen in der Radiotelegraphie* (*Jahrbuch der Drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, t. 2, 1909, p. 603 et t. 3, 1910, p. 302).
5. *Sur le calcul de l'amortissement d'une antenne excitée indirectement en dérivation* (*La Lumière électrique*, t. III, 2 octobre 1909, sér. 2, p. 15).
6. *Remarque sur la formule de Bjerknes et son application à la détermination de l'amortissement des circuits oscillants* (*La Lumière électrique*, t. VIII, sér. 2, 4 décembre 1909, p. 301).
7. *Sur l'alternateur à résonance* (*La Lumière électrique*, t. VIII, 25 décembre 1909, sér. 2, p. 395).
8. *Vergleich zwischen induktiver und direkter Schaltung bei radiotelegraphischen Stationen* (*Jahrbuch der Drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, t. 3, 1910, p. 297).
9. *Sur l'emploi du circuit intermédiaire de Stone en radiotélégraphie et en radiotéléphonie* (*Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, t. X, sér. 2, 2 mars 1910, p. 135).
10. *Ueber den günstigsten Wert des Nützwiderstandes eines Resonators* (*Jahrbuch der Drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, t. 6, 1913, p. 436).
11. *Sur les machines à haute fréquence. Leur théorie et leurs applications* (*Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, t. IV, sér. 3, 3 juin 1914, p. 557).

12. *Sur le réglage des postes radiotélégraphiques à ondes entretenues produites par les machines à haute fréquence* (*La Lumière électrique*, t. XXXI, sér. 2, 2 octobre 1915, p. 1); *Revue générale de l'Électricité*, t. II, 25 août 1917, p. 285).

13. *Sur le calcul des pertes dans les tôles de fer aux fréquences élevées* (*La Lumière électrique*, t. XXXIV, sér. 2, 22 juillet 1916, p. 73).

14. *Sur les courbes caractéristiques et les conditions de stabilité des régimes* (*La Lumière électrique*, t. XXXV, sér. 2, 14 octobre 1916, p. 25; *Revue générale de l'Électricité*, t. I, 30 juin 1917, p. 1003; *Id.*, t. IV, 13 juillet 1918, p. 35).

15. *Sur l'emploi des audions comme générateurs auto-excitateurs* (*La Lumière électrique*, t. XXV, sér. 2, 16 décembre 1916, p. 224).

16. *Nécrologie, Paul Jégou* (*Revue générale de l'Électricité*, t. III, 9 février 1918, p. 201).

17. *Sur la théorie de l'excitation par choc d'un circuit oscillant* (*Revue générale de l'Électricité*, t. III, 6 avril 1918, p. 449; *Erratum*, t. III, 11 mai 1918, p. 712).

18. *On the use of constant potential generators for charging radiotelegraphic condensers and the new radiotelephonic installations of the postal and telegraph department of France* (*Proceedings of the Institute of Radioengineers*, t. 6, juin 1918, p. 159).

19. *Sur les machines à haute fréquence et leur réglage* (*Bulletin de la Société française des Électriciens*, t. IX, sér. 3, mars 1919, p. 161).

20. *On the theory of radiotelegraphic and radiotelephonic receiver circuits* (*Proceedings of the Institute of Radioengineers*, t. 7, octobre 1919, p. 517).

21. *Sur les lignes artificielles* (*Radioélectricité*, t. I, août 1920, p. 128).

22. *Sur l'autoexcitation des alternateurs au moyen de capacités* (*Radioélectricité*, t. I, septembre 1920, p. 187).

23. *A propos de l'influence de la hauteur des pylônes sur la portée des postes radiotélégraphiques* (*Radioélectricité*, t. I, novembre 1920, p. 285).

24. *Sur le dimensionnement des filtres utilisés en radiotechnique* (*Radioélectricité*, t. I, juin 1921, p. 629 et t. II, juillet 1921, p. 11).

25. *Sur la théorie des systèmes récepteurs différentiels* (*Radioélectricité*, t. III, février 1922, p. 55).

26. *Sur l'application des contrepoids aux postes radiotélégraphiques de terre* (*L'Onde électrique*, t. I, février 1922, p. 90).

27. *Sur l'équation des télégraphistes appliquée à l'étude des courants sinusoïdaux* (*Radioélectricité*, t. II, octobre 1922, p. 424).

28. *Théorie de la réception sur antenne horizontale de grande longueur* (*Radioélectricité*, t. IV, janvier 1923, p. 30 et t. IV, mai 1923, p. 171).

29. *Distorsionfree telephone receivers* (*Proceedings of the Institute of Radioengineers*, t. 11, avril 1923, p. 163).

30. *Les origines de la T. S. F.* (*Radioélectricité*, t. IV, 1er septembre 1923, p. 334).

31. *Théorie de la réception sur antenne apériodique* (*L'Onde électrique*, t. II, novembre 1923, p. 617)

32. *Sur la théorie du récepteur téléphonique* (*Radioélectricité, Bulletin technique*, 10 juin 1924).

33. *Calcul du champ produit à grande distance par un courant à haute fréquence circulant dans un conducteur rectiligne de longueur quelconque* (*Revue générale de l'Électricité*, t. XVI, 20 septembre 1924, p. 451).

34. *Sur une application du générateur polyphasé de M. Mesny* (*L'Onde électrique*, t. IV, juin 1925, p. 239 et t. IV, septembre 1925, p. 396).

35. *Sur les condensateurs à variation linéaire* (*L'Antenne*, 4 août 1925).

36. *Étude d'un circuit oscillant soumis à l'action de deux forces électromotrices harmoniques* (*L'Onde électrique*, t. IV, septembre 1925, p. 394).

37. *La modulation en téléphonie sans fil* (*Bulletin de la Société française des Électriciens*, t. V, sér. 4, octobre 1925, p. 1153).

38. *Sur le dimensionnement des shunts résonnants et des filtres à condensateurs usités en radiotechnique* (*Bulletin de la Société française Radio-Électrique*, juillet 1927, p. 3).

39. *Sur une nouvelle méthode d'amplification des courants alternatifs à haute fréquence* (*L'Onde électrique*, t. VII, juin 1928, p. 261).

40. *Note sur les fours à induction à haute fréquence alimentés par des alternateurs* (*L'Industrie électrique*, 25 mars 1931).

41. *Dix années de T. S. F.* (*L'Onde électrique*, t. XI, novembre et décembre 1932, p. 405).

42. *Les transmissions par courants porteurs sur les lignes à haute tension* (*L'Onde électrique*, t. XII, novembre 1933, p. 539).

43. *Étude de la décharge d'un condensateur à travers un tube à gaz* (*C. R. Acad. Sc.*, 26 décembre 1937).

44. *Nikola Tesla* (*Bulletin de la Société française des Électriciens*, t. VIII, sér. 5, juin 1938, p. 485).

45. *Historique de l'industrie radioélectrique* [Conférence donnée à la Semaine internationale contre le cancer, le 25 novembre 1938 (*Revue générale de l'Électricité*, t. XLV, 28 janvier 1939, p. 99)].

46. *André Blondel* (*Revue générale de l'Électricité* t. XLIV, 17 décembre 1938, p. 751).

47. *Sur la variation du courant d'espace dans un magnétron sous l'action du champ magnétique* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 209, 4 décembre 1939, p. 832).

48. *Sur le tube électronique à modulation de vitesse* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 210, 15 janvier 1940, p. 103).

49. *Les alternateurs à haute fréquence* (préface de A. Blondel), Étienne Chiron, éditeur, 1925.

50. *Les générateurs à arc*, éditions de l'École supérieure d'Électricité, Section de Radioélectricité, 1934.

51. *Multiplicateurs statiques de fréquence*, éditions de l'École supérieure d'Électricité, Section de Radioélectricité, 1935.

LE MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE ÉLECTROSTATIQUE (1).

PAR PIERRE GRIVET,

Docteur ès sciences,
Ingénieur en chef du Laboratoire de Recherches « Optique électronique et Télévision »
de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil,

ET HENRI BRUCK,

Docteur ès sciences,
Laboratoire de Recherches « Optique électronique et Télévision »
de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.

SOMMAIRE. — *Après un bref historique du développement des différents microscopes électroniques, on souligne la supériorité de ces instruments sur le microscope ordinaire.*

Les propriétés du microscope électrostatique sont comparées à celles de l'instrument magnétique, en analysant d'abord les caractères des lentilles électriques. Les lentilles électrostatiques se distinguent par une stabilité particulière vis-à-vis des variations de tension d'alimentation, ce qui permet de simplifier à l'extrême leur dispositif d'alimentation, par ailleurs elles présentent les qualités requises pour la fabrication des objectifs et lentilles de projection des microscopes : distances focales suffisamment courtes, aberrations faibles.

On examine dans quelle mesure leurs caractéristiques influent sur la qualité essentielle du microscope : le pouvoir séparateur, et on explique pourquoi les performances des deux types de microscope sont très voisines et sensiblement indépendantes du choix de la tension de service.

On montre enfin comment la valeur de cette tension doit être adaptée à la nature de l'objet et comment naissent les contrastes dans l'image, alors qu'au sens ordinaire du mot l'objet est parfaitement transparent. On expose les problèmes technologiques qu'il a fallu résoudre pour obtenir des lentilles fonctionnant sous la tension choisie, comprise entre 30 et 100 kV.

On termine en décrivant les particularités nouvelles dans la construction du microscope C. S. F. et en montrant quelques images d'objets typiques.

INTRODUCTION.

Depuis les premières expériences sur les rayons cathodiques, au début du siècle, on sait que la marche des faisceaux d'électrons peut être influencée de deux manières : par action d'un champ électrique, ou par celle d'un champ magnétique. Cette alternative se retrouve dans la classification des lentilles électroniques qui ne sont que des systèmes déviateurs particuliers, à symétrie de révolution, et l'on peut former des images avec des lentilles électrostatiques comme avec les lentilles magnétiques. En parti-

---

(1) Cet article résume les connaissances acquises au cours de l'étude d'un microscope électrostatique, par un groupe de chercheurs du Laboratoire d'Optique électronique de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.

Les auteurs qui ont dirigé les recherches sont heureux de pouvoir rendre hommage ici, aux autres membres de l'équipe, en particulier aux Ingénieurs Édouard Regenstreif qui a mis au point les appareils et Jean Vastel qui a perfectionné leur construction, et au dessinateur Henri Blattmann, qui a si efficacement contribué à l'achèvement de ce projet. Ils remercient également les ingénieurs Daniel Charles et François Bertein, dont les travaux sur des sujets connexes ont souvent été mis à profit utilement et Jacques Laplume, qui a résolu heureusement quelques problèmes théoriques.

Les auteurs remercient enfin le Centre national de la Recherche scientifique, en la personne de ses directeurs MM. Dupont, Rivière, Joliot-Curie, et de celle du regretté Président de la Commission d'Optique électronique, M. Fabry, et de son Président actuel M. Pérès, qui ont généreusement encouragé et puissamment aidé et soutenu ces efforts.

culier, le microscope électronique se présente sous deux versions différentes, la magnétique et l'électrostatique, qui sont arrivées maintenant à un degré de perfectionnement suffisant, pour qu'on puisse les comparer avec fruit.

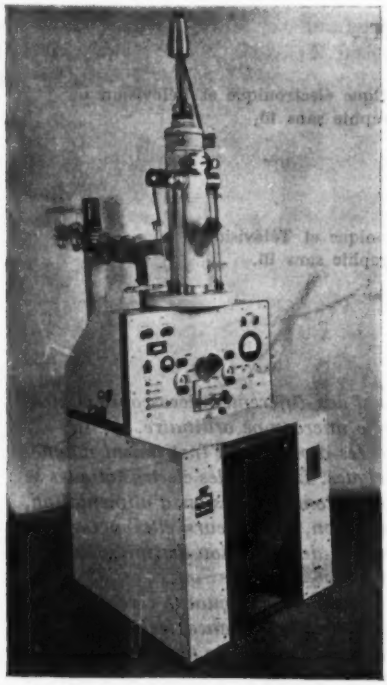


Fig. 1. — Le microscope électrostatique C. S. F.

Le type magnétique, fut le premier en date; né en 1931-1932, il a atteint une qualité presque définitive dès 1939. Le type électrostatique, au contraire, resta longtemps à un degré de développement mineur; s'étant très bien prêté à l'examen des cathodes émissives chaudes ou photoélectriques sous faible grossissement, il resta longtemps l'apanage de ce genre de recherches qui se font le plus souvent en tube scellé sous faible tension, et ce n'est qu'en 1939 que H. Mahl et M. Boersch apportèrent le

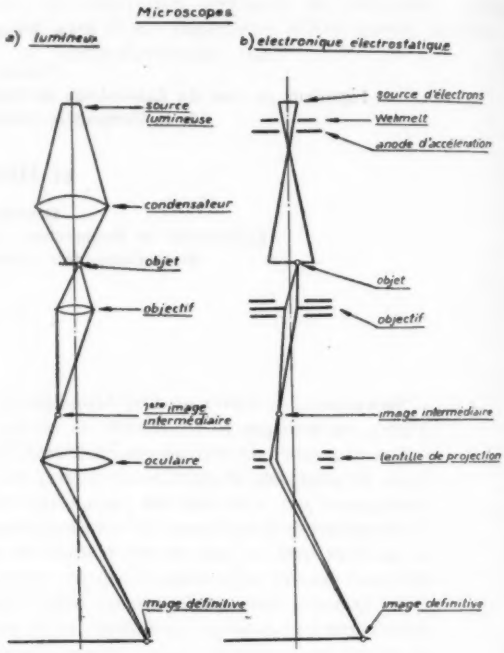


Fig. 2. — a. Marche des rayons et formation des images.

premier modèle de microscope électronique à haut pouvoir séparateur sous haute tension, 40 000 V d'abord, puis 50 000 V en 1940 et 1941.

En France, la construction d'un instrument de ce type fut commencée en 1943, au Laboratoire de la Compagnie générale de T. S. F.; elle fut pour-

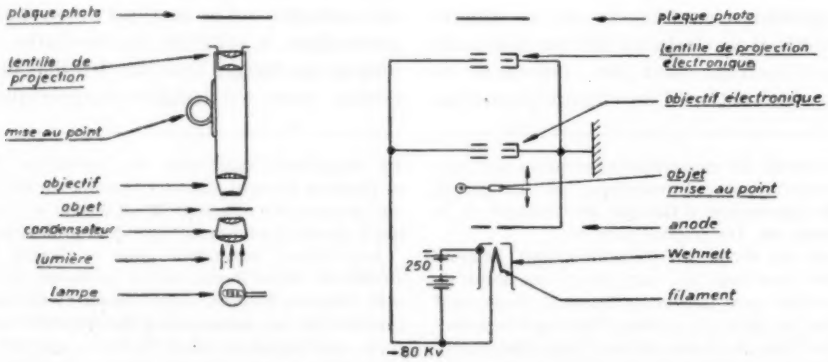


Fig. 2. — b, Connexions électriques.

suivie pendant les années difficiles de la guerre jusqu'à l'achèvement du prototype représenté figure 1, dont les propriétés nous serviront d'exemples pour illustrer cette étude.

Le microscope électrostatique garde dans ses grandes lignes la même structure que le microscope lumineux, comme le montre la figure 2.

L'appareil comporte un système d'éclairage : filament incandescent, source d'électrons, cylindre de Wehnelt et anode, formant un fin pinceau d'électrons qui éclaire la préparation; celle-ci est maintenue, devant un objectif de courte distance focale, par un dispositif mécanique réglable, qui permet de faire la mise au point en approchant ou en éloignant l'objet de l'objectif, comme dans un microscope lumineux ordinaire; l'objectif, d'une distance focale de quelques millimètres, donne une première image agrandie une centaine de fois; cette image est encore agrandie une centaine de fois par une deuxième lentille électrostatique qui projette l'image finale sur un écran fluorescent pour l'observation visuelle, ou sur une plaque ou un film sensible pour l'enregistrement photographique.

Le caractère essentiel de l'instrument, sous sa forme actuelle, est de fournir des images de qualité excellente, en ne mettant en œuvre que des moyens techniques très simples et une construction rustique. Nous allons trouver l'origine profonde de ces propriétés dans la nature électrostatique de l'objectif et de la lentille de projection.

Qualité des images et stabilité des sources.

Les lentilles électrostatiques présentent, en effet, une stabilité de fonctionnement toute particulière : elles donnent des images dont la finesse est, dans une large mesure, indépendante des fluctuations de tension de la source d'alimentation. Alors que dans le modèle magnétique la source est une partie essentielle du microscope et que la constance de sa tension fixe la qualité des images, on peut, en focalisation électrostatique, se libérer complètement de ce souci et se contenter d'une alimentation banale, de la qualité courante pour les tubes à rayons X par exemple.

Cette propriété apparaît clairement sur la formule de déviation par le champ électrique

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{u}{U}\frac{l}{d}. \tag{1}$$

L'angle α reste fixe (*fig.* 3), si l'on fait varier dans la même proportion la tension de déviation u, et la tension d'accélération U. Cette condition est remplie si l'on prend les deux tensions à la même source, par l'intermédiaire d'un potentiomètre : les variations de la source restent alors sans influence sur la déviation.

A l'intérieur de la lentille, se produit un phénomène analogue : la décomposition en deux parties est encore valable pour le champ, dont l'élément longitudinal freine ou accélère, tandis que l'élément radial dévie, c'est-à-dire focalise. Dérivant d'un potentiel unique, ces deux composantes gardent tout le long du trajet de l'électron un rapport fixe

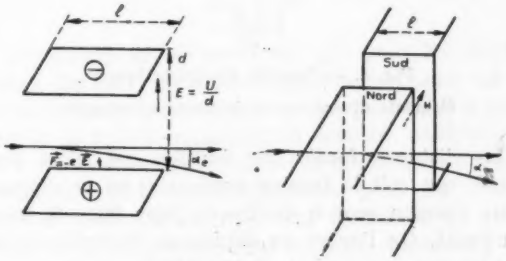


Fig. 3. — Déviation électrostatique et déviation magnétique.

quelles que soient leurs fluctuations respectives dues à l'instabilité de la source de tension; il en résulte, comme les électrons partent de la cathode avec une vitesse sensiblement nulle, que tous les caractères géométriques des trajectoires : forme, distances focales, position des plans principaux, restent fixes. On retrouve naturellement, de manière plus précise, la validité de ces conclusions dans la forme même de l'équation de Gauss des trajectoires [1],

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \frac{1}{2}\frac{\varphi'}{\varphi}\frac{dr}{dz} + \frac{1}{4}\frac{\varphi''}{\varphi} = 0 \tag{2}$$

dont les coefficients ne contiennent que les rapports $\frac{\varphi'}{\varphi}$ et $\frac{\varphi''}{\varphi}$, $\varphi(z)$ étant la fonction qui représente la variation du potentiel le long de l'axe de la lentille.

Dans la pratique, on a obtenu une simplicité maximum de l'installation d'alimentation en supprimant tout potentiomètre. Il serait en effet assez délicat à construire, car ses branches agissent non seulement par leur résistance, mais aussi par leur impédance puisqu'il s'agit d'assurer la constance d'un rapport de tensions en régime transitoire. Or les capacités apportées par les lentilles elles-mêmes et leurs câbles de connexion ont une impédance notable devant les résistances des bras du potentiomètre, car celles-ci sont de valeurs toujours élevées pour limiter l'échauffement par effet Joule.

Un ajustement précis des capacités est donc nécessaire. On l'évite en général, en supprimant le potentiomètre et en utilisant une valeur unique de tension, ce qui est possible avec les lentilles à trois diaphragmes dont la figure 4 donne la coupe et qu'on alimente suivant le schéma de la figure 2, *b*.

Fig. 4. — Lentille électrostatique : éléments divergents et éléments convergents.

La distance focale des lentilles est alors fixe quelle que soit la tension appliquée; on ne dispose plus d'aucun moyen électrique pour faire la mise au point. On l'opère en déplaçant mécaniquement l'objet par rapport à l'objectif. Le système de leviers et de vis micrométriques, employé à cet effet, n'exige pas une précision de construction sortant de l'ordinaire, car la profondeur de champ reste notable, de l'ordre de quelques microns. Cette valeur est bien supérieure à celle que l'on rencontre dans l'utilisation du microscope lumineux, car l'influence d'une valeur plus élevée du grossissement (5000 à 50 000) s'efface devant l'effet de la faiblesse d'ouverture des faisceaux électroniques mis en jeu (environ 1/1000e de radian).

Il y a cependant une limite à ne pas dépasser pour les fluctuations admissibles, et nous ne pouvons pas pousser la négligence par exemple jusqu'à alimenter l'appareil en alternatif brut : le trouble qui en résulte n'est à vrai dire, pas très grand puisqu'il n'apparaît qu'à un examen attentif lorsqu'on compare les images du même objet, prises en alimentation correcte d'une part, en alternatif brut d'autre part. Il diminuerait cependant d'une manière inacceptable le pouvoir séparateur, qualité primordiale de l'instrument. Après une discussion détaillée des causes possibles, ce faible défaut du deuxième ordre apparaît comme un effet de relativité [3]; la formule de déviation (1) n'est pas absolument exacte lorsque les électrons à dévier sont très rapides, il faut alors tenir compte de la variation de leur masse longitudinale au cours de leur accélération, et leur vitesse est liée à la tension d'accélération par la formule relativiste

$$(3) \qquad \frac{m_0 v^2}{2}\left(1+\frac{3}{4}\beta^2\right) = eU \qquad \text{avec } \beta^2 = \frac{eU}{m_0 c^2},$$

ce qui donne la formule de déviation (4) qui n'est plus *homogène* en tension

$$(4) \qquad \alpha = \frac{1}{2}\frac{u}{U}\frac{1}{d}\left(1+\frac{3eU}{4m_0c^2}\right),$$

e, charge de l'électron;
m_0, masse de l'électron;
c, vitesse de la lumière;

la déviation dépend un peu de la valeur absolue des tensions U et u et non pas seulement de leur rapport; de même l'équation (2) n'est pas assez précise pour décrire la marche des électrons d'un microscope, lorsqu'on y emploie, comme il est courant, des tensions de l'ordre de 60 kV; pour ces vitesses élevées, il faut employer la mécanique relativiste qui complique l'équation de quelques termes correctifs

$$(5) \qquad \frac{1+\dfrac{e\varphi}{m_0c^2}}{1+\dfrac{1}{2}\dfrac{e\varphi}{m_0c^2}}\frac{d^2r}{dz^2}+\frac{1}{2}\frac{\varphi'}{\varphi}\frac{dr}{dz}+\frac{1}{4}\frac{\varphi''}{\varphi}r=0.$$

Elle ne jouit plus de la propriété d'homogénéité de l'équation newtonienne. M. Laplume [4] a étudié ce problème à la suite de M. Maurice Cotte [5] et de Hansen et Webster [6] et a calculé en détail la correction relativiste et en particulier son importance numérique pour les types d'objectifs que nous utilisons. L'ordre de grandeur en est donné par l'exemple suivant : sous 100 kV la correction sur la distance focale de nos lentilles est de l'ordre de 2 %. On comprend que cette valeur peut être faible en remarquant que les électrons sont le plus déviés dans la région centrale de la lentille, région où ils vont le plus lentement : la partie la plus active de la lentille est celle où règnent les plus basses tensions. Néanmoins, c'est l'existence de cette faible correction qui impose une limite aux fluctuations acceptables de la source; elle entraîne comme conséquence qu'un microscope fonctionnant sous 100 kV et devant avoir un pouvoir séparateur de 4 mμ doit être alimenté avec une tension dont les fluctuations restent inférieures à 1000 V, si l'on veut employer, comme il est courant, des faisceaux dont l'ouverture aille jusqu'à 5.10^{-3} radians.

Pour atteindre la même finesse avec un instrument magnétique opérant sous la même tension avec un champ de 10 000 gauss, il faut [7], [8], [9] maintenir les fluctuations des sources en dessous d'une limite beaucoup plus faible; les variations de tension en dessous de 3 V (précision 4.10^{-5}) et les variations de courant dans les lentilles au-dessous de 2.10^{-5}. La précision ainsi requise est d'un degré tout à fait

métrologique, comme le marque bien la comparaison suivante [10]; la longueur d'onde des électrons, qui est liée à la tension par la formule de M. de Broglie $\left(\lambda = \sqrt{\frac{1,5}{V}}\right.$ en millimicrons, V en volts$\left.\right)$, doit être alors beaucoup mieux définie que celle de la lumière jaune du sodium pour laquelle $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-3}$.

Pouvoir séparateur théorique.

Ses facteurs : diffraction, aberrations géométriques.

Ici, comme dans le microscope optique, la lentille la plus difficile à construire est l'objectif dont les propriétés déterminent la qualité primordiale de l'instrument : le pouvoir séparateur. Cette qualité dépend de trois facteurs dont les actions coexistent en réalité, mais dont on peut analyser séparément les effets en théorie. Ces facteurs sont communs aux deux types de lentilles, mais en conditionnent différemment la construction.

1. La diffraction des ondes électroniques, par suite de leur diaphragmation dans l'objectif. L'image d'un point est remplacée par une tache de diffraction circulaire. La formule suivante donne le rayon de cette tache divisée par le grandissement correspondant au plan image considéré, c'est-à-dire le rayon du cercle du plan objet dont l'image à l'approximation de Gauss serait la tache de diffraction réelle. On appelle souvent cette grandeur, la valeur de l'aberration de diffraction « ramenée au plan objet ».

Elle est donnée par la formule

$$d = \frac{0,6\lambda}{\sin u}, \tag{6}$$

λ est la longueur d'onde définie par la formule de M. de Broglie, et $2u$ l'ouverture du pinceau; en pratique, u est tout petit et la formule se réduit à

$$d_\alpha = \frac{0,6\lambda}{u}. \tag{7}$$

2. L'aberration de sphéricité de l'objectif qui remplace en réalité, par une petite tache circulaire, l'image ponctuelle du point objet que laisse prévoir l'approximation de Gauss. Le rayon de la tache de confusion divisée par le grandissement, c'est-à-dire ramenée au plan objet, est donné par la formule suivante lorsque l'objet est voisin du foyer

$$d_s = K_s f u^3, \tag{8}$$

où u est l'ouverture du pinceau de rayon issu de l'objet, f la distance focale, K_s un coefficient numérique (1) caractérisant la qualité de l'objectif.

3. L'aberration chromatique. Ce défaut se manifeste également par l'existence d'une petite tache image, dans laquelle viennent passer les électrons issus d'un point objet lorsqu'ils n'en sont pas tous partis avec la même vitesse; le rayon de la tache, ramené au plan objet, est donné en première approximation par la formule

$$d_c = K_c f u. \tag{9}$$

Ce défaut ne se manifeste que pour les objets épais. En effet, les seules inégalités de vitesse inévitables que puissent présenter les particules à leur sortie de l'objet viennent, en dernière analyse (2), des pertes d'énergie qu'elles ont subies en le traversant; cet effet reste négligeable pour les préparations minces d'une épaisseur maximum de quelques 15 à 20 mμ, qui sont les plus courantes [11], [12], [13], [14], [15].

En limitant la discussion à ce cas fondamental, seules l'aberration de sphéricité et la diffraction interviennent dans la détermination du pouvoir séparateur.

La formule (6) nous montre d'abord l'avantage bien connu du microscope électronique sur le microscope lumineux; puisque λ est ici 100 000 fois plus petit que pour la lumière, le flou de la diffraction sera beaucoup diminué

$$\lambda_R = \sqrt{\frac{1,5}{V}} \qquad (V, \text{ volts}; \lambda \text{ en m}\mu). \tag{10}$$

Mais si nous considérons les formules (5), nous voyons qu'il faut sacrifier une partie de cet avantage en prenant un angle u très petit pour maintenir à une faible valeur l'aberration sphérique, car K_s a toujours une valeur notable (de 1 à quelques unités). Cette condition inconnue à l'optique tient à ce qu'en électronique, pour les lentilles électrostatiques comme pour les magnétiques, on ne sait pas corriger l'aberration de sphéricité [16], [17].

En optique lumineuse, les petits écarts entre trajectoires réelles et trajectoires de Gauss, qui aux grands angles constituent l'aberration de

(1) K_s est ainsi un coefficient sans dimension caractéristique de la forme de la lentille, indépendant de l'échelle à laquelle on l'a construit.

(2) On montre que les inégalités de vitesse de l'ordre de 0,3 V que présentent les électrons à leur sortie du filament source jouent un effet négligeable.

sphéricité, sont d'un signe opposé dans les lentilles divergentes (aberration négative) et dans les lentilles convergentes (aberration positive); en accolant un élément convergent et un élément divergent, on arrive à compenser les écarts, c'est-à-dire à supprimer l'aberration tout en conservant à l'ensemble une convergence utilisable. En optique électronique au contraire [10], les écarts sont dans les deux cas de même sens, l'aberration est toujours positive pour les portions divergentes comme pour les

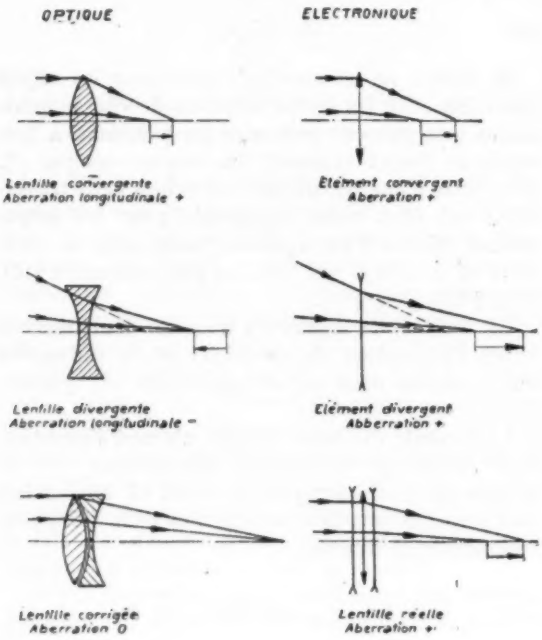


Fig. 5. — Aberration sphérique.

a, lentilles lumineuses; *b*, lentilles électrostatiques.

portions convergentes et toute compensation est impossible.

Cette disgrâce touche d'ailleurs moins sévèrement les lentilles magnétiques que les électrostatiques; les premières sont en effet, quel qu'en soit le modèle, convergentes dans toutes leurs parties; les secondes au contraire (*fig.* 4) sont formées par la juxtaposition de parties convergentes et de parties divergentes; toutes les sections apportent une contribution positive tandis qu'au contraire la convergence négative des parties divergentes vient diminuer la convergence totale qui se trouve ainsi anormalement faible; de plus l'action des portions divergentes conduit les électrons à s'éloigner de l'axe plus qu'il ne serait autrement nécessaire; il est donc naturel que les lentilles magnétiques qui n'ont pas de portions divergentes présentent, pour une convergence donnée, une aberration moins forte (*fig.* 5).

L'essence de cette différence entre l'optique électronique et l'optique lumineuse apparaît dans le raisonnement suivant d'une validité très générale : en électronique règne la loi $\Delta\varphi = 0$ ou $\Delta A = 0$ qui lie la valeur de l'indice $\sqrt{\varphi} + \frac{e}{c}\left(\vec{A}, \vec{s}\right)$ à celle de la courbure des surfaces réfringentes élémentaires, les équipotentielles. Cette condition prive le constructeur de lentilles électroniques, de l'usage du degré de liberté qui est indispensable à l'opticien pour corriger les aberrations : la possibilité de choisir indépendamment les indices et les rayons de courbure.

Effet résultant.

Le seul remède à cette situation est de diminuer l'ouverture des faisceaux et de choisir pour l'angle u une valeur assez petite pour que le flou de sphéricité soit acceptable et cependant pas trop petite pour que l'effet de diffraction ne soit pas trop gênant; on évalue facilement la valeur de compromis la plus favorable en admettant que les effets des deux aberrations s'ajoutent et en prenant le minimum de leur somme, ce qui donne [19]

$$d_t = d_s + d_d = \frac{0{,}6\lambda}{u} + K_s f u^3 \tag{11}$$

et pour les valeurs optima de l'ouverture des faisceaux et du pouvoir séparateur

$$u = \sqrt[4]{\frac{\lambda}{K_s f}}, \tag{12}$$

$$d_{\min} = \lambda \sqrt[4]{\frac{K_s f}{\lambda}}. \tag{13}$$

Il est d'ailleurs possible d'analyser exactement le mode de superposition des deux phénomènes [21], [22]; ce calcul légitime l'approximation précédente et n'apporte qu'une correction peu importante aux coefficients numériques des formules.

La formule fondamentale (13) nous montre que le pouvoir séparateur dépend de trois facteurs :

1° De la convergence de l'objectif (facteur f);

2° De la qualité de l'objectif (coefficient d'aberration K_s);

3° De la tension employée $\left(\text{puisque } \lambda = \sqrt{\frac{1{,}5}{V}}\right)$.

Il sera d'autant meilleur que les trois nombres caractéristiques f, K_s, λ seront plus petits. Il est donc désirable de réaliser un objectif de peu d'aberration, petite distance focale travaillant avec une petite longueur d'onde, c'est-à-dire sous tension élevée. Mais il est impossible de diminuer arbitrairement aucun des trois paramètres de l'objectif f, K_s, λ : la grandeur des minima réalisable qui fixent la valeur du meilleur pouvoir séparateur accessible, est imposée par les conditions d'emploi et les servitudes de construction. Cependant, la structure en racine quatrième de la formule (13) montre que la diversité des caractéristiques des objectifs n'aura qu'une répercussion très affaiblie sur le pouvoir séparateur et laisse prévoir l'uniformité de qualité des réalisations connues jusqu'à ce jour.

Les caractéristiques géométriques des objectifs actuels.

Distance focale. — L'un de nous a publié une étude théorique complète [23] de l'objectif électrostatique, dont les conclusions ont été très bien vérifiées par des mesures faites sur le microscope C. S. F. et confirment les mesures de Boersch [24]

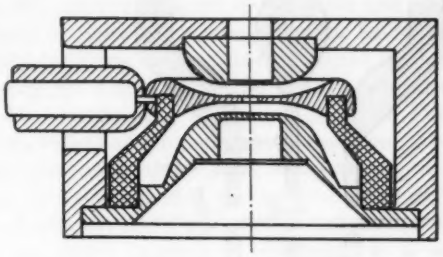
TABLEAU I.

Constantes optiques en fonction de d_0

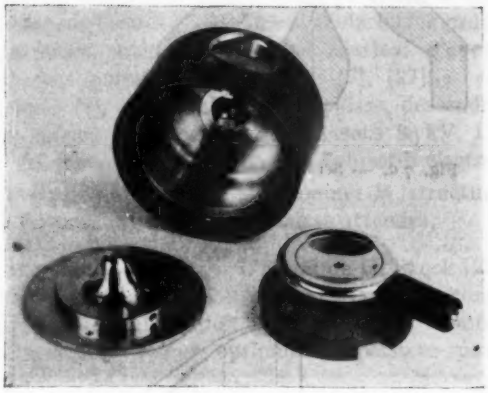
($d_0 = 50$ mm ; $e_0 = e_e = 26{,}9$ mm ; $\Delta = 100$ mm).

Lentille n°	d_0 (mm).	$\Phi(0)$ (V).	f (mm).	z_F (mm).	$K_s f$ (mm).	$K_c f$ (mm).
I.....	12,5	0,38	136	—129	–	–
II.....	25	3,20	54	+ 8	–	–
III.....	37,5	5,9	65	30	–	–
IV.....	50	9,0	84	55	–	–
V.....	62,5	11,4	94	69	–	–
VI.....	81,25	16,3	122	102	–	–
VII....	93,75	19,0	147	130	–	–
VIII...	100	20,8	160	144	1830	680
IX.....	125	27,3	225	214	3850	840
X.....	150	34,0	318	310	9700	1030
XI.....	185,5	43,6	499	498	28400	1450

et les résultats de Mahl [25], de Ramberg [3] et les évaluations de Dosse [26]. L'objectif choisi est du modèle symétrique à trois diaphragmes. Il est représenté figure 7, Tableau I. Son étude montre que les grandeurs essentielles qui déterminent sa convergence sont le diamètre du trou central, la distance des diaphragmes et l'épaisseur de l'électrode centrale (*fig.* 7); la grandeur des trous extérieurs n'a qu'une importance secondaire; il en résulte que — si nous laissons de côté l'épaisseur de l'électrode centrale — à une similitude près les propriétés géométriques ne sont fonction que d'un seul paramètre, le rapport du diamètre du trou central à l'écartement des parois. La figure 8 montre comment la forme des trajectoires dépend de ce paramètre; la figure 9 donne les valeurs correspondantes de la distance focale (f), et la figure 10, la position du foyer et des plans principaux. Les courbes de la figure 10 mettent bien en évidence une des particularités de l'objectif électrostatique. On ne peut pas utiliser comme objectif toute une gamme de lentilles qui présentent pourtant les plus petites distances focales; on voit en effet, en comparant les figures 9 et 10, que lorsque le diamètre du trou central devient inférieur à la distance des diaphragmes, le foyer recule à l'intérieur



a, coupe.



b, construction.

Fig. 6. — Objectif électrostatique C. S. F.

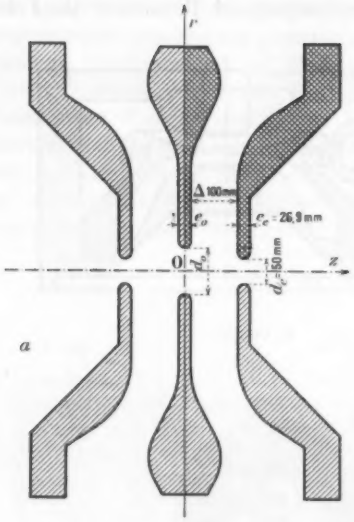


Fig. 7 *a*. — Section des lentilles.

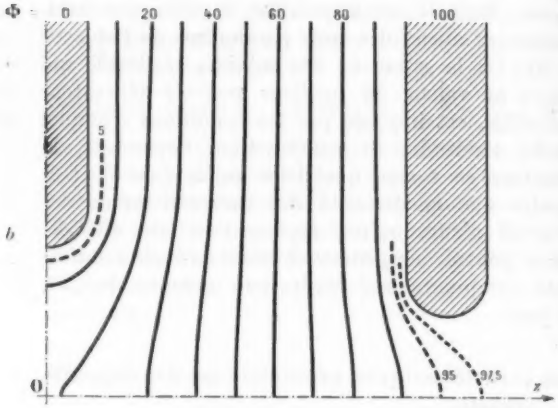


Fig. 7 *b*. — Forme des équipotentielles.

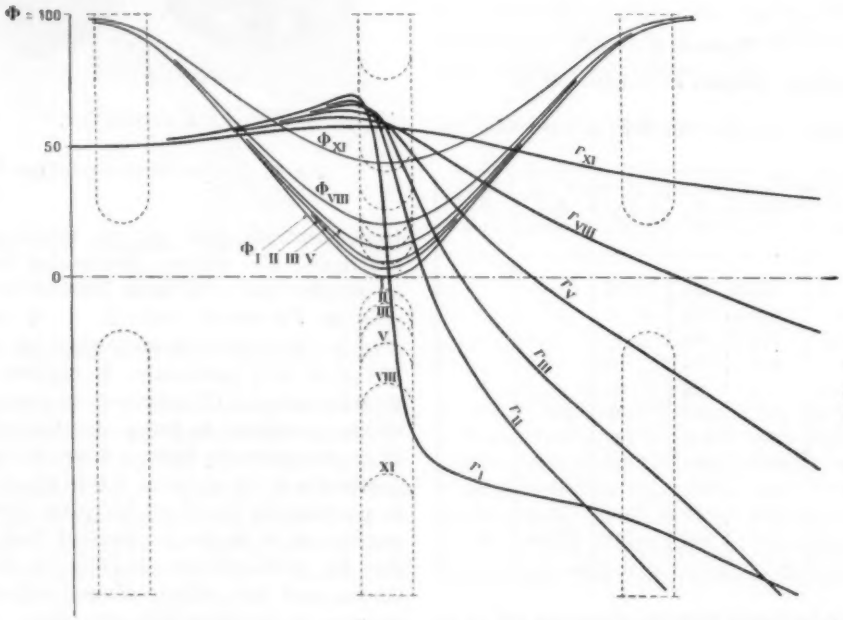


Fig. 8. — Marche d'un rayon incident parallèle à l'axe dans un objectif électrostatique.

Bois de potentiel sur l'axe [courbes Φ (3)] et trajectoires de Gauss [courbes *r* (3)] pour diverses valeurs du diamètre d_o du trou central (lentilles du Tableau I).

de la lentille. Si l'on cherchait alors à placer un objet en ce point, le porte-objet perturberait gravement le champ de la lentille, l'objet serait soumis à une attraction électrostatique qui risquerait

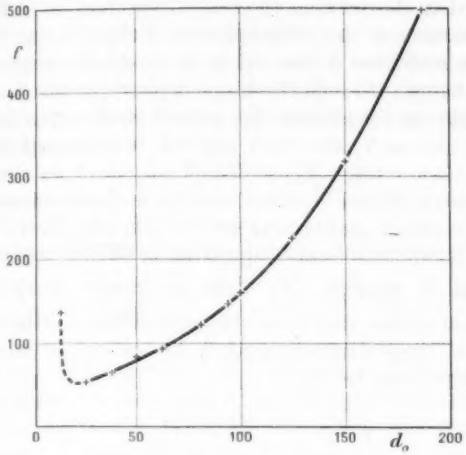


Fig. 9. — Distance focale f en fonction du diamètre d_o du trou central.

de l'arracher de son support, et, chose plus grave encore, l'objet ne serait traversé que par des électrons très ralentis, pour lesquels il serait peu

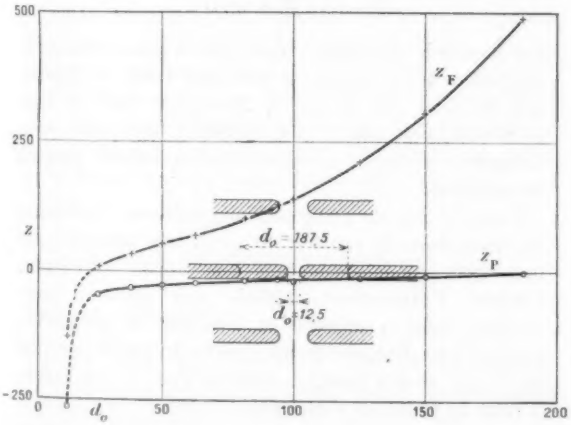


Fig. 10. — Position des foyers et des plans principaux.

Emplacement sur l'axe optique Z du foyer et du point principal en fonction du diamètre d_o du trou central.

transparent, comme le montre la répartition du potentiel représentée figure 9. Ces difficultés n'ont pas été surmontées jusqu'à présent, et dans les objectifs on utilise la valeur de f qui amène le foyer à effleurer la face extérieure de l'électrode antérieure. Or la distance des électrodes ne peut être trop abaissée sans danger de claquage par émission froide; il n'est pas prudent de dépasser une valeur du champ de plus de 200 000 V/cm sur les surfaces métalliques, ce qui impose un écartement minimum de l'ordre de 3 mm pour une tension de service de 80 kV; la distance focale est alors de l'ordre de 5 mm, valeur adoptée dans le microscope C. S. F.

Dans l'objectif magnétique, la petitesse de la distance focale est limitée par un tout autre phénomène en rapport avec les qualités magnétiques de l'acier des pièces polaires au voisinage de la saturation. Bien que ces conditions n'aient pas de point commun avec celles qu'on rencontre dans le type électrostatique, il se trouve par hasard que les distances focales réalisables sont du même ordre de grandeur, mais un peu plus courtes; d'après les chiffres publiés en Allemagne [7], [27] et en Amérique [9], il semble qu'on puisse descendre à des valeurs de l'ordre de 2 mm sous 80 kV. Le gain de pouvoir séparateur sur l'objectif électronique $\sqrt[4]{2,5} = 1,25$ est faible, comme la structure de la formule (9) nous l'avait laissé attendre.

Aberration sphérique. — L'étude de H. Bruck [23] (Tableau II), donne aussi les valeurs de la constante K_s de l'aberration sphérique; elle montre qu'il y a une valeur optimum d'épaisseur pour

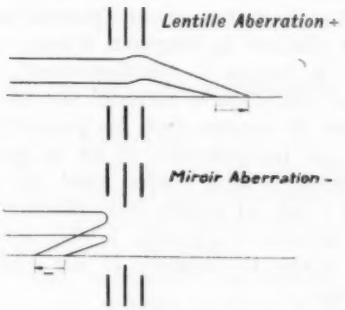


Fig. 11. — Aberration sphérique pour une lentille électronique et un miroir électronique.

le diaphragme central et donne pour l'objectif de $f = 5$ mm que nous avons pris comme exemple, $K_s = 12$, et comme sous 80 kV la longueur d'onde $\lambda = 4,33 . 10^{-3}$ mμ, la formule (9) donne pour le pouvoir séparateur

$$d = 1,3 \text{ m}\mu.$$

D'après les évaluations de Dosse [25], le coefficient K_s est environ sept fois plus petit pour les

lentilles magnétiques; cette supériorité qu'une analyse qualitative nous avait laissé prévoir, améliore le pouvoir séparateur dans le rapport $\sqrt[4]{7} = 1{,}62$; l'avantage total, dû à l'aberration diminuée et à la distance focale plus courte se chiffre, pour l'objectif magnétique de $f = 2$, par une valeur environ deux fois meilleure du pouvoir séparateur

$$d = 0{,}6 \text{ m}\mu.$$

TABLEAU II.

Variation simultanée de d_0 et e_0

($d_0 = 50$ mm; $e_0 = 26{,}9$ mm; $\Delta = 100$ mm).

Lentille n°	e_0 (mm).	d_0 (mm).	$\Phi(0)$ (V).	f (mm)	z_r (mm).	$K_s f$ (mm).	$K_c f$ (mm).
VIII α...	0	64,4	20,6	136	125	1990	600
» ...	26,9	100	20,8	160	144	1830	680
» β...	46,3	127	20,8	175	159	1600	702
» γ...	63,7	150	20,6	186	164	1680	750
» δ...	83,6	174	21,0	204	182	1710	800

Tension de service et pouvoir séparateur théorique.

A première vue la formule (13) laisse espérer une nette amélioration du pouvoir séparateur lorsqu'on diminue la longueur d'onde, c'est-à-dire augmente la tension de fonctionnement. En réalité il n'en est rien dans la majorité des cas, car pour des raisons de construction, les paramètres λ et f, ne sont pas indépendants et on ne peut gagner en diminuant λ sans perdre aussi par l'augmentation de f qui en résulte nécessairement dans les modèles actuels d'objectifs. L'effet total dépend du type d'objectif employé et des conditions de l'expérience.

Dans le cas de l'objectif électrostatique les relations entre f et λ sont très simples, surtout si l'on envisage le point de vue de l'utilisateur du microscope. Les lentilles sont construites pour fonctionner sur une tension déterminée : 80 kV par exemple. Il est bien clair que si l'on emploie l'appareil sous tension réduite à 50 ou à 30 kV par exemple, la distance focale f restera constante d'après les propriétés caractéristiques de l'optique électrostatique; on pourra donc appliquer brutalement la formule (13) : λ augmente et le pouvoir séparateur devient plus mauvais, comme $V^{\frac{3}{8}}$. Un instrument donné fournit les images les plus fines, lorsqu'on travaille avec la plus haute tension permise.

Le problème qui se pose pour le constructeur est plus intéressant : améliorera-t-on le pouvoir séparateur en construisant l'objectif pour une tension de service élevée ? Cette tension définit l'écartement des électrodes de l'objectif qui doit être maintenu à une valeur assez grande pour que le champ sur les électrodes ne dépasse pas une valeur limite que l'expérience fixe actuellement aux environs de 200 000 V/cm. D'un objectif fonctionnant bien sous une tension V_1, on déduit facilement un nouvel appareil offrant la même sécurité de fonctionnement et la même qualité sous une tension plus élevée V_2, en lui donnant une disposition semblable agrandie dans le rapport $\frac{V_2}{V_1}$; dans la famille d'objectifs qu'on définit ainsi pour chaque tension, la distance f varie proportionnellement à la tension de service suivant une loi type

$$f = AV = \frac{B}{\lambda^2},$$

où A et B sont deux constantes caractéristiques de la forme géométrique adoptée d'abord. La formule (13) montre alors qu'on peut espérer une lente amélioration du pouvoir séparateur en $\sqrt[4]{\lambda}$, c'est-à-dire $\sqrt[8]{\frac{1}{V}}$ à mesure que la tension s'élève

$$d = \sqrt[4]{\lambda}\,\sqrt[4]{K_s B} = CV^{-\frac{1}{8}},$$

amélioration insensible car elle s'inscrit dans le rapport 1 à 1,3 lorsqu'on parcourt toute la gamme des tensions de 30 000 à 300 000 V qui se sont montrées bien adaptées à l'examen des différentes catégories d'objets reconnues intéressantes jusqu'à maintenant.

Dans le cas de l'objectif magnétique, l'influence des variations de tension est aussi très peu marquée bien que ses lois revêtent une forme différente. Lorsque l'utilisateur emploie son appareil sous tension réduite, objectif et lentilles de projection gardent leur distance focale constante car la position de l'objet et des lentilles restent fixe et l'on assure la mise au point en compensant l'effet de la variation de tension par l'action d'une variation de courant magnétisant des lentilles

$$f = f_0,$$

la constante d'aberration garde grossièrement sa valeur ([15], p. 550) et le pouvoir séparateur devient très lentement plus mauvais suivant la formule

$$d = \sqrt[4]{\lambda}\,\sqrt[4]{K_s B} = CV^{-\frac{3}{8}}.$$

Le problème de l'adaptation de la construction à l'utilisation d'une tension déterminée est plus difficile à analyser; il a été résolu par J. Dosse [26] dont les conclusions peuvent être résumées ainsi : les propriétés de l'acier des pièces polaires déterminent le champ magnétique maximum utilisable, et l'on ne peut ajuster que la loi de variation du champ en donnant une forme, un écartement et des dimensions convenables aux pièces polaires; on atteindrait ainsi théoriquement dans les conditions suivantes :

$$f = \frac{85\sqrt{V}}{H}, \qquad K_s = 0{,}41,$$

un pouvoir séparateur optimum, donné par la loi

$$d = \frac{120}{\sqrt[4]{VH}}\ \mathrm{m}\mu \qquad (V,\ \text{volts};\ H,\ \text{gauss}).$$

Le pouvoir séparateur s'améliore lentement quand V augmente, comme dans la focalisation électrostatique, et cette variation est aussi très douce; lorsque V passe de 30 000 à 300 000 V, le pouvoir de résolution est divisé par le facteur 1,75. Cette inertie mène aux mêmes conclusions que pour l'objectif électrostatique : le choix de la tension de fonctionnement exerce très peu d'influence sur le pouvoir séparateur.

Les facteurs qui déterminent cette tension n'apparaissent qu'après une analyse approfondie des relations entre les propriétés des objets et la qualité des images : le choix de la tension est dicté par la nature de l'objet et l'on peut situer entre 30 à 70 kV la gamme des tensions communément utilisées dans tous les types d'appareils alors que les valeurs de 20 kV [28], [12] et de 300 kV [29], [30], [31] bornent le domaine exploré jusqu'ici au laboratoire.

Pouvoir séparateur expérimental.

Valeurs actuelles.

Donc dans les conditions usuelles le pouvoir séparateur ne dépend pas sensiblement de la tension de fonctionnement. Dans la plupart des cas, la grandeur optimum du pouvoir séparateur ne s'écarte guère de la valeur qu'elle prend sous 80 kV, pour laquelle la théorie nous laisse alors prévoir :

$d = 1{,}3$ mμ pour l'objectif électrostatique,
$d = 0{,}56$ mμ » magnétique.

L'expérience ne vérifie que qualitativement ces conclusions, et si les lois expérimentales revêtent bien la forme prévue, les résultats numériques auxquels mène la théorie sont loin d'être atteints en pratique. C'est pour le microscope électrostatique que l'écart est le plus grand, la valeur de 8 mμ a été mesurée par H. Mahl et nous espérons atteindre bientôt 5 mμ; le microscope magnétique étudié depuis plus longtemps est plus près de la perfection; il a permis d'atteindre 2 mμ en Allemagne (Ruska, Von Ardenne) et en Amérique (Zworykin, Marton et Hillier).

Les causes de ces écarts sont multiples et mal définies, ce sont sans doute de petits champs perturbateurs, résidus de champs magnétiques extérieurs ayant traversé le blindage, champs électriques dissymétriques provoqués par des poussières ou de minces couches isolantes et électrisées sur les électrodes, défaut d'homogénéité des pièces polaires, défaut du système d'éclairage, et tout une multitude de petites imperfections dont une étude technologique soignée étend journellement la liste et qu'elle permet de corriger.

L'intérêt de cette lutte sans gloire apparaîtra nettement si l'on observe qu'en six ans, elle a permis de tripler la finesse des images données par l'objectif magnétique. On poursuit actuellement, sur le microscope électrostatique, des études d'une minutie égale, qui doivent amener aussi la qualité de cet instrument très près de sa limite théorique. Il permettra alors d'apprécier la taille de particules (or colloïdal par exemple) dont la surface ne comptera qu'une vingtaine d'atomes.

Possibilité d'amélioration des objectifs.

Pourra-t-on dépasser cette limite dans un avenir plus lointain ? ou bien peut-on dès maintenant, sans essayer de combler l'écart qui sépare la pratique de la théorie, perfectionner les lentilles en améliorant leurs caractéristiques théoriques ?

La discussion précédente nous montre qu'on ne peut espérer agir que sur les facteurs K_s et f, en essayant de diminuer l'aberration sphérique et la distance focale, et la formule (13) ne laisse présager que des progrès lents et difficiles.

Jusqu'à présent, les tâtonnements empiriques quelle que fut la forme des champs envisagée, ont toujours mené sensiblement aux mêmes valeurs pour les constantes d'aberrations [3], [17]. Le calcul méthodique du minimum possible, n'a pas encore été entrepris, sans doute parce qu'il paraît trop complexe pour le peu de gain qu'il promet [17].

Les efforts dépensés pour compenser les défauts géométriques d'une lentille objectif par ceux d'un

miroir de projection (*fig.* 12) ne paraissent guère voués à un meilleur avenir. Le miroir de projection présente bien une aberration de signe contraire à celle des lentilles, mais la correction n'a eu jusqu'ici qu'un succès très partiel parce que lentille et miroir n'ont pu être accolés. La combinaison d'un objectif et d'un miroir de projection éloigné n'offre pas d'avantages à ce point de vue, parce que le miroir ne reçoit alors que des pinceaux de très faible ouverture et que l'aberration qu'il leur inflige est de grandeur négligeable devant celle, qu'ont subi les mêmes rayons à leur passage dans l'objectif, où les pinceaux sont beaucoup plus ouverts. Le microscope à miroir ne se recommande jusqu'à présent que par son encombrement plus faible et quelques avantages pratiques de disposition, que balance l'inconvénient d'être obligé d'employer des plaques photographiques percées pour le passage du faisceau incident.

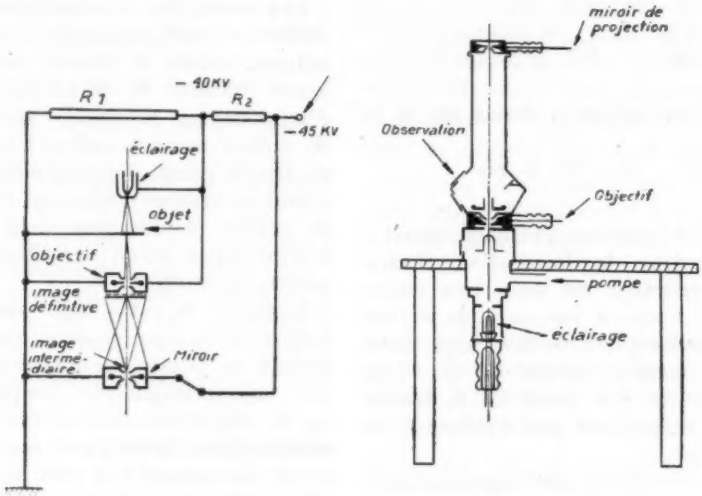


Fig. 12. — Microscope électrostatique à réflexion.

a, connexions électriques; *b*, coupe de la réalisation.

Choix de la tension de fonctionnement.

En un point M, de l'image électronique, la profondeur des noirs donne une représentation fidèle de la masse de matière que les électrons ont traversé au point M correspondant de l'objet; quantité qui dépend seulement de son épaisseur et de sa nature [13], [14], [15]. Le mécanisme qui mène à la gradation des teintes imagées est particulièrement simple pour les objets minces que nous avons considérés jusqu'à maintenant : les électrons ne sont pas sensiblement freinés au passage de la matière, et ils subissent seulement une déviation angulaire plus ou moins accusée suivant l'opacité locale de l'objet [14]; les contrastes se forment parce qu'un diaphragme arrête une proportion de particules d'autant plus importante qu'elles ont été davantages déviées, c'est-à-dire qu'elles sont passées à travers une portion plus massive de l'objet qui apparaît ainsi en noir. On ne travaille donc qu'avec des objets qui, au sens ordinaire du mot, sont très transparents aux électrons, qui ne les absorbe pas sensiblement en transformant leur énergie en chaleur; c'est ce qui explique que les préparations résistent bien, sans s'échauffer, au delà d'une cinquantaine de degrés, à un bombardement dont la densité peut atteindre 1 A/cm².

D'ailleurs, bien avant qu'une absorption véritable ne se manifeste, les électrons commencent à souffrir d'une perte de vitesse sensible à la traversée de l'objet, à leur sortie, en un point ils n'ont plus tous la même vitesse et l'on constate que ceux qui se sont ralentis ont une trajectoire anormale. Ils ne viennent pas converger dans l'image, ils s'en écartent légèrement, comme si l'objectif était davantage convergent pour eux et remplacent l'image par un nouveau disque de confusion, celui de l'aberration chromatique qui augmente alors le flou de diffraction et d'aberration sphérique propre à l'objectif. Les parties épaisses de l'objet paraissent

confuses. Cet effet est, à épaisseur donnée, d'autant moins sensible que la tension est plus élevée; on est ainsi conduit à choisir pour la tension une valeur assez grande pour que ce phénomène ne se manifeste pas avec l'objet examiné.

Il en résulte, en particulier, qu'on ne peut jamais utiliser de tensions basses, la limite inférieure étant d'environ 20 000 V pour les objets minces, ceux dont l'épaisseur va de 1 mμ (les pellicules porte-objet les plus minces) jusqu'à une vingtaine de millimicrons (fibres, virus, contre-types métallographiques, etc.).

Mais les tensions voisines de 30 000 V sont déjà très employées, car dans les objets de la catégorie précédente les détails représentent des variations d'épaisseur minuscules; ils ne peuvent trancher sur le fond que si leur présence provoque une

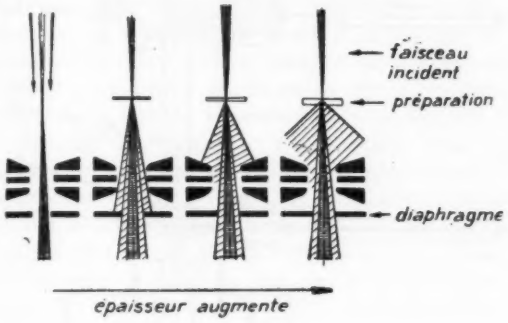


Fig. 13. — Formation des contrastes.

variation sensible de la dispersion angulaire du faisceau, et cet effet dû à la déviation des électrons par les charges présentes dans les atomes, est d'autant plus grand que les électrons sont plus lents. La tension d'examen de chaque échantillon est donc bien déterminée par son épaisseur.

De nombreux objets exigent des tensions comprises entre 60 et 80 kV et ne livrent cependant que des détails plus gros, seuls capables de créer un contraste suffisant sous ces hautes tensions.

Les objets plus épais encore, commencent à freiner sensiblement les électrons, l'aberration chromatique prend de l'importance et vient diminuer le pouvoir séparateur [11]; la finesse des images baisse; la théorie montre qu'on peut alors améliorer simultanément la netteté des images et la transparence des objets en employant des tensions encore plus élevées, mais c'est naturellement au prix d'une perte dans la finesse d'analyse des contrastes. C'est ainsi que, dans les premières expériences sous 200 000 V, Von Ardenne n'a pu obtenir qu'un pouvoir de résolution de 4 mμ, alors qu'il avait atteint 2 mμ sous 60 000 V [33]. Sous tension élevée seuls les gros détails sont la source d'un contraste suffisant pour se détacher du fond, et, dans ce cas, c'est la nature de l'objet qui semble dicter la valeur du pouvoir de résolution; il paraît alors inutile de perfectionner l'optique au delà de sa qualité actuelle.

L'étude ardue des microscopes à très haute tension mérite cependant les plus grands efforts, car l'examen des objets épais reste d'un haut intérêt, même si le pouvoir séparateur est un peu réduit. On en jugera sur l'exemple des préparations fabriquées au microtome dont l'épaisseur est difficilement inférieure à 1 μ ([34], p. 260).

Émission froide.

La grandeur des tensions utilisables est limitée par le danger de production d'une étincelle entre les électrodes d'une lentille, ce qu'on appelle, *le claquage des électrodes*.

Le vide dans l'enceinte est assez poussé pour que la présence du gaz résiduel n'intervienne pas directement. On pourrait donc s'attendre à observer un claquage par émission froide, c'est-à-dire production d'un courant électronique obéissant en fonction de la tension appliquée à la loi de Millikan-Fowler

$$c = a E^2 e^{-\frac{b}{E}}$$

dont la forme est aujourd'hui bien établie par la théorie [36] et l'expérience [37]. Malheureusement les conditions d'emploi des microscopes interdisent de polir et de nettoyer les surfaces des électrodes à un degré suffisant pour que le passage du courant se produise sous cette forme simple; il faudrait pour cela chasser les impuretés adsorbées à la surface par un chauffage énergique et prolongé sous vide, et ôter les dernières aspérités microscopiques par une suite de décharges préparatoires alternées avec des chauffages à haute température.

Ces méthodes étant inapplicables, les surfaces gardent des aspérités à la pointe desquelles le champ prend une grandeur bien supérieure à sa valeur moyenne, les électrodes restent souillées et le phénomène de décharge se complique beaucoup. Son étude est de date toute récente [38], [39], mais il semble qu'on puisse déjà en dégager les caractères suivants, importants pour la technologie des lentilles.

La tension de claquage dépend de la nature des électrodes, et l'on peut classer les métaux suivant la valeur des champs auxquels ils peuvent résister.

L'ordre obtenu n'est pas le même que pour les métaux, rigoureusement nettoyés à chaud, ce qui montre l'importance des couches adsorbées et des couches d'oxydes.

L'amorçage de la décharge se produit toujours sur les électrodes négatives, par émission d'électrons. Il faut donc soigner particulièrement le polissage et le nettoyage des cathodes, étudier attentivement leur forme. Les électrodes positives supportent facilement des champs plus élevés, mais on doit les constituer de même métal que les négatives; lorsqu'elles sont d'un métal moins favorable, elles nuisent à la tenue des négatives, comme si elles venaient les souiller en se vaporisant.

L'oxygène de l'air qui vient baigner les électrodes à chaque changement d'objet, ou de plaques photographiques, améliore la tenue des électrodes, sans doute parce qu'il élève la barrière de potentiel qui limite l'émission d'électrons par l'électrode négative.

L'amorçage des étincelles de claquage semble prendre naissance sur des impuretés réparties au hasard sur les surfaces. On limite le nombre de ces germes en réduisant la grandeur des surfaces en regard, autant que le permet le renforcement du champ par effet de pointe.

Le métal utilisé habituellement est l'acier inoxydable à 18 % de chrome, 8 % de nickel, il supporte avec sécurité un champ de 200 000 V/cm, mais cette valeur pourra sans doute être largement dépassée dans un proche avenir; des essais entrepris récemment dans notre Laboratoire, ont abouti à un mode de préparation des surfaces qui donne la même sécurité avec des tensions deux ou même trois fois supérieures [42].

Construction [40,] [41] : exemple du microscope C. S. F.

La construction elle-même est caractérisée par l'application d'un certain nombre de principes nouveaux dans le but d'augmenter la sécurité de fonctionnement, la simplicité et la rapidité des manœuvres (*fig.* 14).

On a supprimé tous joints ou robinets graissés. L'étanchéité est partout assurée par des joints en caoutchouc. Les introductions isolées pour la haute tension sont en verre spécial soudé à du métal. La transmission de mouvements, de l'extérieur à l'enceinte à vide, se fait à l'aide de membranes élastiques en tombac, car on sait que les articulations ordinaires métalliques, graissées, occasionnent toujours à la longue, des rentrées d'air dans le vide, et nécessitent un entretien fastidieux. Notre solution améliore considérablement la sécurité de fonctionnement.

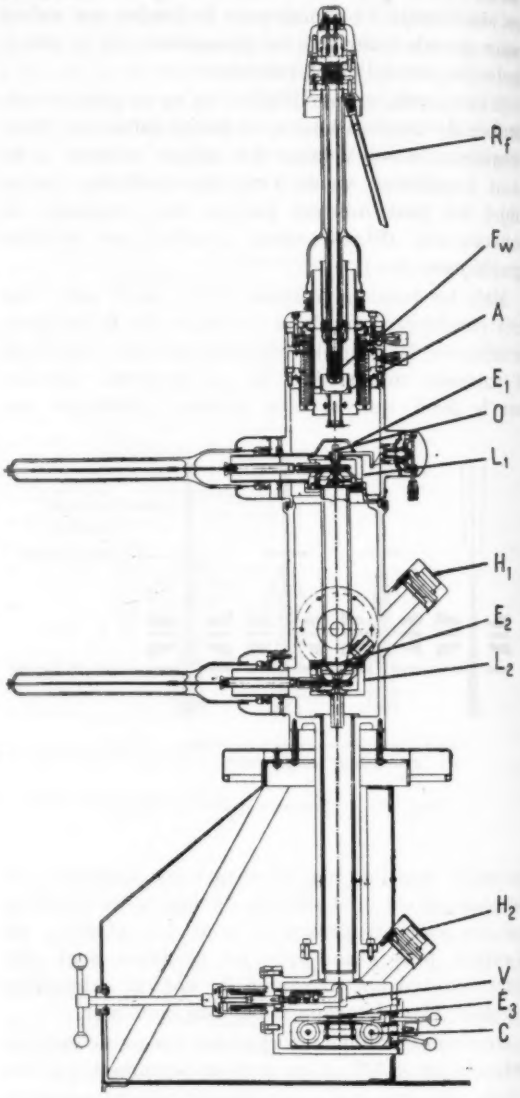


Fig. 14. — Coupe du microscope C. S. F.

R, réglage de la distance filament Wehnelt; F et W, filament et Wehnelt; A, anode; E_1, écran fluorescent de contrôle du faisceau incident; O, objet; R_0, mécanisme d'exploration de l'objet; L_1, objectif (le diaphragme d'ouverture et de contraste se trouve immédiatement en dessous); E_2, écran pour l'image intermédiaire; L_2, lentille de projection; V, vanne; E_3, écran final, obturateur de film; C, châssis à film; H_1 et H_2, hublots d'observation.

Les canalisations à vide du microscope de la C. S. F. sont vastes; elles permettent de prendre une certaine

liberté avec les précautions habituelles de propreté, et l'on peut utiliser pour l'enregistrement photographique, des bobines de films de 24 × 36 mm, 36 poses, sans dégazage préalable. La durée de pompage du volume entier du microscope est réduite à 2 mn et rend superflu le mécanisme compliqué des écluses; elles ont été supprimées.

Le système optique, comprenant l'objectif et la lentille de projection, est construit d'une seule pièce, en un tube rigide. Cet ensemble, après centrage au tour, est suspendu à l'intérieur de l'enceinte à vide. Par là-même, aucune variation de tension mécanique, due à l'effet de la pression atmosphérique extérieure durant les manœuvres, ne risque de compromettre le centrage. Ainsi, l'utilisateur est dispensé de toute opération délicate d'alignement. L'instrument allie une grande stabilité et une grande simplicité d'emploi.

La valeur du grossissement peut être choisie entre 4000 et 15 000, sans nuire à la sécurité de fonctionnement, car cette possibilité est obtenue en modifiant seulement le diamètre de l'électrode centrale de la lentille de projection sans toucher à l'écartement des surfaces. L'expérience nous a conduit à adopter jusqu'à présent un grossissement relativement faible de 6500. Il est suffisant pour exploiter le pouvoir séparateur, car, dans ces conditions, les plus petits détails enregistrés sont d'une taille encore supérieure à celle du grain photographique (film de cinéma pour enregistrement sonore). Il est seulement nécessaire, pour les voir, d'examiner le film à la loupe, inconvénient bien léger puisqu'on a la faculté d'agrandir les images intéressantes photographiquement. Comme dans la photographie d'amateur sur film de petit format, ce procédé donne la possibilité de multiplier les prises de vue. C'est là un avantage important, car la pratique montre la nécessité de faire des séries de poses nombreuses. Le grossissement relativement faible profite à la luminosité des images et permet de diminuer l'éclairage de la préparation; on peut ainsi ménager l'objet et simplifier le canon éclairant en supprimant le condensateur. On y gagne aussi d'explorer, sur chaque enregistrement, un champ objet notable (environ 5 μ).

L'interprétation de l'image et sa coordination à l'objet ne présentent aucune difficulté, un passage progressif à la grande échelle étant assuré, grâce à l'image intermédiaire, observable directement (× 62) et à la loupe (× 620); l'analyse des observations est facilitée par l'absence de toute rotation magnétique, image et objet ont toujours la même orientation.

L'utilisation de l'appareil n'exige que peu de manœuvres : réglage de l'intensité d'éclairage,

TABLEAU III.

Caractéristiques du microscope C.S.F.

Lentilles : Système d'éclairage.		
Ouverture		$2u = 1{,}5.10^{-3}$
Objectif :		
Distance focale (mm)		$f = 5{,}4$
Diaphragme d'ouverture (mm)		$\Phi = 2.10^{-2}$
Ouverture angulaire		$2u = 3{,}7.10^{-3}$
Const. d'aberration sphérique		$K_s = 12$
» » chromatique		$K_c = 4{,}25$
Lentille de projection :		
Distance focale (mm)		$f = 4{,}7$
Grossissement :		
Électronique	Objectif	62 X
	Projection	111 X
	Total	6200 X
Visuel	Image intermédiaire à l'œil nu	62 X
	Image intermédiaire à la loupe	600 X
	» finale à l'œil nu	6500 X
	» finale à la loupe	26000 X
Photographique		jusqu'à 50000 X
Pouvoir séparateur : 8 mμ.		
Champs :		
Profondeur de champ		5 μ
Champ observ. sur film cinéma 24 × 36 mm.		$\Phi = 5$ μ
» » » 6 × 6 cm		$\Phi = 10$ μ
Photo :		
Film : 36 poses 24 × 36 mm² ou 12 poses 6 × 6 cm²		
Données électriques :		
Tension de service maxima		65000 V
Intens. du faisceau	courant total normal	de 1 à 25 μA
	» maxima	300 μA
Vide :		
Vide limite : normal		3.10^{-6} mm de Hg
Vitesse de pompage		env. 10 l : s
Durée de pompage :		
Pression atmosphérique-vide		limite : 3 mn
Manipulations :		
Durée de pose		de 1 à quelques secondes
» de chang. d'objet		3 mn
» » de film		inférieure à 10 mn

obturation du faisceau, mise au point, exploration de l'objet, exposition et avancement du film. A la mise en route de l'appareil, après le changement du

filament, quelques réglages supplémentaires sont nécessaires : centrage du filament, ajustage par translation et inclinaison du faisceau éclairant. Ces réglages géométriques préliminaires sont facilités par des mécanismes appropriés qui permettent de les faire en marche, l'observateur contrôlant directement l'effet de chaque manœuvre sur la marche du faisceau électronique à l'aide d'écrans fluorescents auxiliaires.

Le tableau ci-dessus résume les propriétés de l'appareil, et les photographies donnent quelques exemples de la qualité des images qu'il a permis d'obtenir (*fig.* 15-19).

Fig. 15. — Cristaux d'oxyde de zinc (G = 12000).

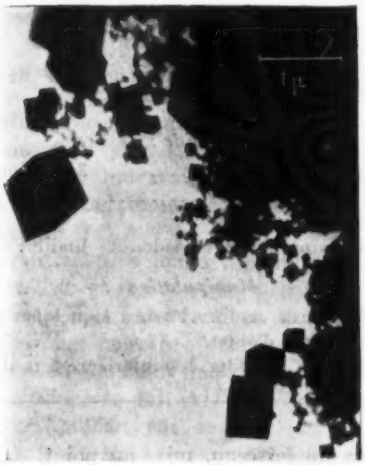


Fig. 16. — Cristaux de magnésie (G = 12500).

Fig. 17. — Microbe autracoïde (G = 12000).

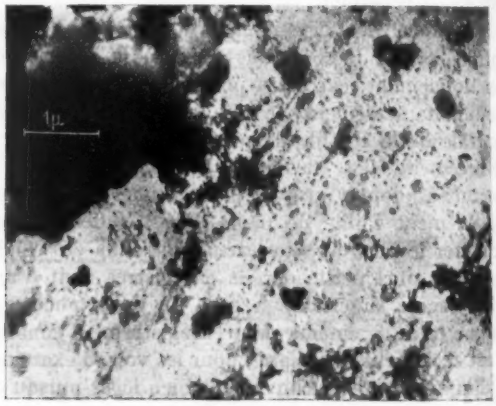


Fig. 18. — Pellicule d'alumine détachée d'une surface d'aluminium ordinaire (G = 11500).

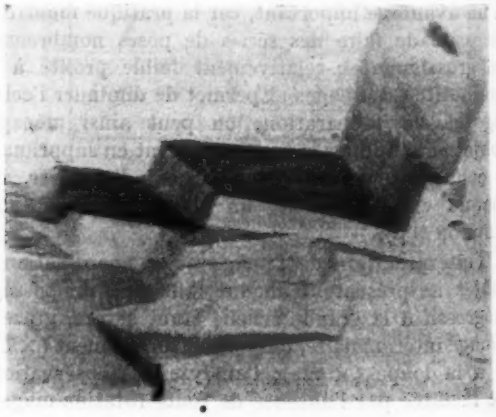


Fig. 19. — Pellicule d'alumine détachée d'une surface d'aluminium très pur (G = 12000).

BIBLIOGRAPHIE.

1. Pierre GRIVET, *Optique électronique* (*Revue générale de l'Électricité*, t. 41, novembre 1942, p. 473-484 et t. 44, février 1945, p. 45-54).
2. D. GABOR, *Electron Optics*, p. 1-20. *Lecture before the Electronics group and the Midlands Branch of the Institute of Physics*, 31 octobre 1942 (*Electronic Engineering*, t. 15, 1943, p. 328-337).
3. E. G. RAMBERG, *Variation of the axial aberrations of Electron Lenses with Lens Strength* (*Journal of Applied Physics*, 1942, p. 582-594).
4. J. LAPLUME, *Les lentilles électroniques en mécanique relativiste* (*Cahiers de Physique*, t. 29, 1946).
5. M. COTTE, *La focalisation d'électrons animés de grandes vitesses et les propriétés générales des systèmes centrés en mécanique relativiste* (*Revue générale de l'Électricité*, t. 45, mai 1939, p. 675-577).
6. W. W. HANSEN et D. L. WEBSTER, *Electrostatic focussing at relativistics speeds Review of Scientific Instrument*, t. VII, 1936, p. 17-23).
7. E. RUSKA, *Uben die Linsen hochauflösender Electronenmickroscope* (*Archiv für Electrotechnik*, t. 36, cahier 7, 1942, p. 431-454).
8. J. HILLIER et A. W. VANCE, *Recent developments in the Electron Microscope* (*Proceedings of the Institute of Radio Engeeners*, t. 28, avril 1941, p. 167-176).
9. L. MARTON et R. G. E. HUTTER, *Optical Constants of a Magnetic type Electron Microscope* (*Proceedings of the Institute of Radio Engeeners*, t. 32, septembre 1944, p. 546-552).
10. D. GABOR, *Electron lenses* (*Nature*, t. 150, décembre 1942, p. 650-652).
11 C. MORTON, *Quelques considérations concernant le pouvoir séparateur du microscope électronique* (*Physica*, t. 3, novembre 1936, p. 959-967).
12. BOERSCH, *Primäres und sekundäres Bild im Elektronen Mikroscop* (*Annalen der Physik*, t. 26, 1936, p. 631; *Das Problem der Bildentstehung*, t. 27, 1937, p. 75; *Jabrbuch der A. E. G. Forschung*, t. 7, mars 1940, p. 27-34).
13. J. HILLIER, *A discussion of the fundamental limit of performance of an electron microscope* (*Physical Review*, t. 40, n° 10, novembre 1941, p. 473-745).
14. L. I. SCHIFF, *Ultimate resolving power of the electron microscope* (*Physical Review*, t. 61, juin 1942, p. 721-722).
15. B. VON BORRIES et R. RUSKA, *Versuche, Rechmungen und Ergebnisse zur Frage des Auflös ungsvermögens beim Uebermikroskop* (*Zeitschrift für technische Physik*, t. 20, août 1939, p. 225-235).
16. O. SCHERZER, *Ueber einige Fehler von Elektronenlinsen* (*Zeitschrift Physik*, t. 101, juillet 1936, p. 593-603).
17. R. REBSCH, *Ueber den Offnungsfehler der Elektronenlinsen* (*Zeitschrift für Physik*, t. 116, 1940, p. 729-733).
18. A. RECKNAGEL, *Zur theorie des Elektronenspiegels* (*Zeitschrift für Physik*, t. 104, 1937, p. 381-394, et *Zeitschrift für technische Physik*, t. 17, 1936, p. 643).
19. HOTTENROTH, *Ueber Elektronenspiegel* (*Zeitschrift für Physik*, t. 103, 1936, p. 460).
20. R. REBSCH, *Das theoretische Auflösungs Vermögen des Elektronenmikroskops* (*Annalen der Physik*, t. 31, mars 1938, p. 551-560).
21. M. BORN, *Optik* (*Beugungstheorie der Bildfehler*, Berlin, 1933, p. 195-209).
22. GLASER, *Bildentstehung und Auflösungsvermögen des Elektronenmikroscops vom standpunkt der Wellenmechanik* (*Zeitschrift für Physik*, t. 121, 1942, p. 647-667).
23. H. BRUCK, *Sur les propriétés de quelques lentilles électrostatiques indépendantes* (*Cahiers de Physique*, n° 24, octobre 1944, p. 15-28).
24. H. BOERSCH, *Das Elektronenschattenmikroskop* (*Jahrbuch der A. E. G. Forschung*, t. 17, mars 1940, p. 34-43).
25. H. MAHL, *Das Elektrostatische Elektronenmikroskop* (*Jahrbuch der A. E. G. Forschung*, t. 7, mars 1940, p. 43-57).
26. J. DOSSE, *Ueber optische Kenngröszen starker Elektronenlinsen* (*Zeitschrift für Physik*, t. 117, 1941, p. 722-753).
27. RUSKA et VON BORRIES, *Mikroskope hoher Auflösung mit schnellen Elektronen* (*Ergebnisse der Exakten Naturnurssenschaften*, t. XIX, 1940, p. 237-322).
28. BOERSCH, *Abbildung von Dampf strahlen* (*Zeitschrift für Physik*, t. 107, p. 493).
29. VON ARDENNE, *Un microscope électronique universel sous 220 kV avec un diaphragme d'objectif* (*Zeitschrift für Physik*, t. 117, 1941, p. 657-688).

30. H. O. Müller et R. Ruska, *Un supermicroscope pour 220 kV* (*Kolloidzeitschrift*, t. 95, 1941, p. 21-25).

31. V. K. Zworykin, J. Hillier et A. W. Vance, *A preliminary report on the developpement of 300 kV, magnetic electron microscope* (*Journal of Applied Physics*, t. 12, 1941, p. 738-742).

32. G. N. Plass, *Electrostatic lenses with a minimum of spherical aberration* (*Journal of Applied Physics*, t. 13, 1942, p. 49-55).

33. H. Mahl et A. Pendzlich, *Das Elektronenspiegel mikroscop, ein neues Ubermikroskop* (*Zeitschrift für technische Physik*, t. 24, 1943, p. 38 à 42).

34. J. Dosse, *Ergänzung zur Arbeit Ueber optische Kenngroszen starker Electronenlinsen* (*Zeitschrift für Physik*, t. 118, 1941, p. 375-384).

Von Ardenne, *Ergänzung zu den Arbeiten Ueber ein 200 kV universal Elektronenmikroscop mit Objektabschattung vorrichtung*, *Z. f. P.*, t. 118, 1941, p. 384-389).

35. Von Ardenne, *Elektronenmikroskopie*, Berlin, 1940, p. 259-269.

36. L. Nordheim, *Die Theorie der Elektronenemission der metalle* (*Physikalische Zeitschrift*, t. 30, 1929, p. 177-196).

37. R. Haefer, *Experimentelle Untersuchungen zur Prüfung der wellenmechanischen Theorien der Feldelektronen emission* (*Zeitschrift für Physik*, t. 116, 1940, p. 604-603).

38. E. Göltz, *Untersuchungen über die Spannungsfestigkeit der Elektroden Metallen für die linsen des Ubermikroscops* (*Jahrbuch der A. E. G. Forschung*, t. 7, mars 1940, p. 57-59).

39. Bertein, *Sur un phénomène statistique de décharge entre électrodes dans le vide* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 222, 1946, p. 64).

40. *Jahrbuch der A. E. G. Forschung*, t. 7, 1940 et *Elektronenmikroscopie, Bericht über Arbeiten der A. E. G.* (*Forschungs Institut*, 1943).

41. H. Boersch, *Aufbau und Anwendungsmöglichkeit einer elektronenmikroscopischen Anordnung* (*Physikalische Zeitschrift*, t. 47, 1942, p. 515-520).

42. E. Regenstreif, *Perfectionnement à la fabrication des lentilles électroniques*, Brevet français n° 506 301, 26 novembre 1945.

LES PRINCIPALES MÉTHODES DE RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS INTÉGRALES DE FREDHOLM ET DE VOLTERRA.

PAR J. BERNIER,

Docteur ès sciences mathématiques,
Laboratoire de Recherches « Tubes électroniques » de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.

SOMMAIRE. — *L'auteur passe en revue les différentes méthodes de résolution numérique des deux principaux types d'équations intégrales, les équations de Fredholm et les équations de Volterra. Ces méthodes sont basées, soit sur une approximation du « noyau », soit sur une approximation de la fonction inconnue.*

Introduction.

Très beaux outils d'analyse introduits au début de ce siècle par Fredholm, les équations intégrales font partie de plus en plus du bagage mathématique nécessaire aux techniciens; on en trouve en effet l'application dans les nombreux problèmes d'électromagnétisme, de mécanique, de chaleur, de biologie et même d'économie, où se manifeste une interaction des éléments d'un même milieu. Elles font intervenir directement les « conditions aux frontières » et rendent par là plus compréhensible qu'avec les équations différentielles, la structure physique de la solution.

Les équations intégrales rebutent parfois l'ingénieur parce qu'elles lui paraissent difficilement accessibles aux évaluations numériques. Or, on se rendra compte que les difficultés sont du même ordre que celles rencontrées dans la résolution numérique des équations différentielles. Par contre, la souplesse de certaines méthodes propres aux équations intégrales fait qu'il n'est pas toujours nécessaire de connaître l'expression analytique de leurs « noyaux » (fonction qui caractérise la nature de l'interaction), mais qu'il suffit d'en connaître un tableau de valeurs numériques qui peuvent d'ailleurs être déduites de l'expérience.

Dans ce qui suit, nous ne traitons, d'après les mémoires connus en France avant la libération, que des méthodes de résolutions numériques des deux principaux types d'équations intégrales : les équations de Fredholm et celles de Volterra.

1. Définitions.

Les équations de Fredholm sont des équations intégrales linéaires à limites fixes de deuxième espèce :

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x, s)\, \varphi(s)\, \mathrm{d}s + f(x),$$

$\varphi(x)$ est la fonction inconnue, $K(x, s)$ le noyau.

Les équations de Volterra sont des équations intégrales linéaires à limites variables. L'équation de Volterra de première espèce est de la forme :

$$f(x) = \int_0^x K(x, s)\, \varphi(s)\, \mathrm{d}s$$

et celle de deuxième espèce de la forme :

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^x K(x, s)\, \varphi(s)\, \mathrm{d}s + f(x).$$

Résoudre l'équation, c'est rechercher la fonction $\varphi(x)$ *continue dans l'intervalle ab* (ou pour $x > 0$) qui, placée sous le signe $\int$, vérifie identiquement les équations proposées.

Pour que la solution de l'équation de Volterra de première espèce soit continue, il est nécessaire que $f(u) = 0$. Si, de plus, le noyau $K(x, y)$ est fini et continu, l'équation de Volterra de première espèce est équivalente à l'équation de Volterra de deuxième espèce :

$$K(x, x)\, \varphi(x) + \int_0^x K'_x(x, s)\, \varphi(s)\, \mathrm{d}s = f'(x).$$

Cette dernière équation s'obtient par différentiation de l'équation de Volterra de première espèce.

L'équation intégrale de Volterra est un cas particulier de l'équation de Fredholm; en effet, il suffit de considérer un noyau $K(x, y)$ qui serait nul pour $y > x$.

2. Aperçu sur les solutions théoriques. Noyau résolvant.

On peut montrer, soit par la méthode des approximations successives, soit par la méthode de Fredholm (où l'on considère l'intégrale comme étant la limite d'une somme), que la solution des équations à limites fixes ou à limites variables est donnée par

$$\varphi(x) = f(x) + \lambda \int_a^b \Gamma(x, s; \lambda) f(s)\, ds$$

ou par

$$\varphi(x) = f(x) + \lambda \int_a^x \Gamma(x, s; \lambda) f(s)\, ds,$$

où $\Gamma(x, y; \lambda)$ est une fonction des deux variables x et y, dépendant du paramètre λ et qui est appelée *noyau résolvant*.

Par la méthode des approximations successives on montre que

$$\Gamma(x, y; \lambda) = K(x, y) + \lambda K^{(2)}(x, y) + \ldots + \lambda^n K^{(n)}(x, y) + \ldots,$$

où les $K^{(n)}$ sont les noyaux itérés définis par

$$K^{(2)}(x, y) = \int_a^b K(x, s) K(s, y)\, ds,$$

$$K^{(n)}(x, y) = \int_a^b K(x, s) K^{(n-1)}(s, y)\, ds$$

pour les équations à limites fixes, ou par

$$K^{(2)}(x, y) = \int_y^x K(x, s) K(s, y)\, ds,$$

$$K^{(n)}(x, y) = \int_y^x K(x, s) K^{(n-1)}(s, y)\, ds$$

pour les équations à limites variables.

Les noyaux itérés d'ordre n sont donc donnés par des intégrales multiples d'ordre $(n-1)$.

La série entière définissant Γ est convergente pour toute valeur de λ dans le cas des équations à limites variables, mais elle n'est convergente que pour $\lambda < \frac{1}{\sqrt{L}}$ pour les équations à limites fixes $\left[\text{d'après Schmidt, } L = \int_a^b \int_a^b K(x, y)\, dx\, dy\right]$.

Fredholm, en 1903, a donné une expression de la résolvante, valable pour toute valeur de λ, pour les équations à limites fixes. Il a montré en effet que :

$$\Gamma(x, y; \lambda) = \frac{D\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\middle| \lambda\right)}{D(\lambda)},$$

où le numérateur et le dénominateur sont deux séries entières en λ, convergentes pour toute valeur de λ, soit :

$$D(\lambda) = 1 + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-\lambda)^p}{p!} \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b K\begin{pmatrix} s_1, s_2, \ldots, s_p \\ s_1, s_2, \ldots, s_p \end{pmatrix} \times ds_1\, ds_2 \ldots ds_p,$$

$$D\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\middle| \lambda\right) = K(x, y) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-\lambda)^p}{p!} \times \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b K\begin{pmatrix} x, s_1, s_2, \ldots, s_p \\ y, s_1, s_2, \ldots, s_p \end{pmatrix} \times ds_1\, ds_2 \ldots ds_p,$$

avec la notation

$$K\begin{pmatrix} x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \\ y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} K(x_1 y_1) & K(x_1 y_2) & \ldots & K(x_1 y_n) \\ K(x_2 y_1) & K(x_2 y_2) & \ldots & K(x_2 y_n) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ K(x_n y_1) & K(x_n y_2) & \ldots & K(x_n y_n) \end{vmatrix}.$$

Les zéros de $D(\lambda)$ sont les *valeurs caractéristiques* du paramètre et elles jouent un rôle important dans la théorie des équations intégrales.

Nous voyons donc que la solution théorique de ces équations est donnée par des séries dont le $n^{\text{ième}}$ terme est une intégrale multiple comportant $n-1$ intégrations avec des limites variables (équation de Volterra), ou des limites fixes (équation de Fredholm), et il est évident qu'elle ne peut pas, sauf dans des cas très spéciaux, être utilisée pour donner des valeurs numériques de la solution. Il est à remarquer en outre que, dans de nombreux problèmes physiques, le noyau n'est pas donné sous forme analytique, mais sous forme de tableau de nombres, et que, par conséquent, ces solutions théoriques ne sont d'aucun secours.

Les solutions approchées sont obtenues soit par une approximation du noyau résolvant, soit par une approximation de la fonction inconnue (développement en séries de polynomes d'interpolation, développement en série de fonctions orthogonales).

3. Résolution numérique des équations de Fredholm par approximation du noyau.

Un cas particulier où la résolution de l'équation intégrale de Fredholm ne présente aucune difficulté

est le cas où le noyau $K(x, y)$ est de la forme $\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$, X_i et Y_i ne dépendant respectivement que de la variable x et de la variable y. On peut supposer que les fonctions X_i sont linéairement distinctes ainsi que les fonctions Y_i; s'il en était autrement, il est clair que le noyau pourrait se mettre sous une forme analogue, avec moins de n fonctions X_i. Dans ces conditions, Goursat (1908) et Lebesgue (1909) ont montré que le noyau résolvant $\Gamma(x, y; \lambda)$ était le quotient de deux polynomes en λ de degré n et dont les coefficients ne dépendaient que d'intégrales simples dans l'intervalle ab, soit :

$$\Gamma(x, y; \lambda) = \frac{D_n\left(\begin{matrix} x \\ s \end{matrix}\middle| \lambda\right)}{D_n(\lambda)}$$

avec

$$D_n(\lambda) = \begin{vmatrix} 1-\lambda a_{11} & -\lambda a_{21} & \dots & -\lambda a_{n1} \\ -\lambda a_{12} & 1-\lambda a_{22} & \dots & -\lambda a_{n2} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ -\lambda a_{1n} & -\lambda a_{2n} & \dots & 1-\lambda a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$D_n\left(\begin{matrix} x \\ s \end{matrix}\middle| \lambda\right) = -\begin{vmatrix} 0 & X_1(x) & X_2(x) & \dots & X_n(x) \\ y_1(s) & & & & \\ y_2(s) & & & D_n(\lambda) & \\ \dots\dots & & & & \\ y_n(s) & & & & \end{vmatrix}$$

et

$$a_{ik} = \int_a^b X_i(s)\, Y_k(s)\, ds.$$

D'où l'idée de représenter le noyau $K(x, y)$ donné par une fonction approchée $K^*(x, y)$ avec

$$K^*(x, y) = \sum_{i=1}^{n} X_i(x)\, Y_i(y).$$

Bateman [1], en 1920, a indiqué différentes méthodes pour trouver un tel noyau approché, en particulier en considérant la fonction $K^*(x, y)$ solution de l'équation

$$\begin{vmatrix} K^*(x, y) & K(x, y_1) & K(x, y_2) & \dots & K(x, y_n) \\ K(x_1, y) & K(x_1, y_1) & K(x_1, y_2) & \dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ K(x_n, y) & \dots\dots & \dots\dots & \dots & K(x_n, y_n) \end{vmatrix} = 0$$

où $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$, sont n valeurs de x et de y dans (a, b). La fonction $K^*(x, y)$ satisfait aux conditions :

$$K^*(x, y_m) = K(x, y_m),$$
$$K^*(x_l, y) = K(x_l, y),$$

puisque le déterminant est alors identiquement nul.

Ainsi le noyau approché $K^*(x, y)$ coïncide avec le noyau donné K sur un réseau formé de n parallèles à l'axe des x et de n parallèles à l'axe des y (*fig.* 1).

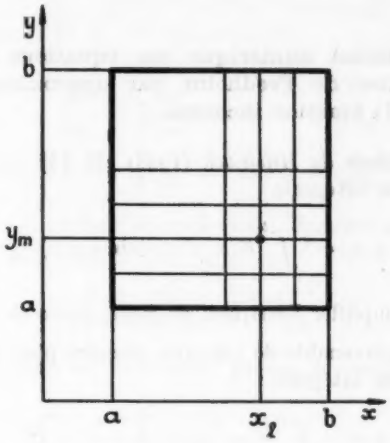


Fig. 1.

Bateman a indiqué également d'autres moyens d'obtenir un noyau approché du type de Goursat, lorsque le noyau donné se présente sous forme de tableau de nombres, en appliquant certaines méthodes d'interpolation de fonctions à deux variables.

F. Tricomi [2] a donné en 1924 une évaluation de la borne supérieure de l'erreur commise sur la fonction φ. Si l'on appelle F la limite supérieure de $|f(x)|$ et N la limite supérieure de $|K(x, y)|$ dans le carré fondamental de côté $b - a$, et si dans ce carré

$$|K(x, y) - K^*(x, y)| < \varepsilon,$$

on a, avec $L = |\lambda|(N + \varepsilon)$,

$$|\varphi(x) - \varphi^*(x)| < |\lambda| F \frac{\Omega(L)\Omega'(L) + L[\Omega'^2(L) + \Omega(L)\Omega''(L)]}{|D(\lambda)|\,|D_n^*(\lambda)|}\varepsilon,$$

où $D(\lambda)$ est la fonction de Fredholm relative à K et $\Omega(x)$ la fonction définie par la série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{\frac{n}{2}}}{n!} x^n,$$

[si $\quad |D_n^*(\lambda)| > |\lambda|\Omega'(\lambda)\varepsilon,$

on a $\quad |D(\lambda)| > |D^*(\lambda)| - |\lambda|\Omega'(L)\varepsilon$].

Tricomi a donné en outre une expression majorante de la fonction $\Omega(x)$, soit

$$\Omega_0(x) = (1 + x)\, e^{\frac{ex^2}{2}}.$$

Cette limite supérieure de l'erreur ne paraît pas suffisamment stricte, néanmoins elle montre que l'erreur est d'autant plus grande que $|\lambda|$ est grand.

4. Résolution numérique des équations intégrales de Fredholm par approximation de la fonction inconnue.

a. Méthode de Hitchcock (1923) [3], [4]. — Soit l'équation intégrale

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x, s)\,\varphi(s)\,\mathrm{d}s + f(x).$$

[Pour simplifier l'écriture, on peut, après un changement convenable de variable, prendre pour forme d'équation intégrale

$$\varphi(x) = \int_0^1 K(x, s)\,\varphi(s)\,\mathrm{d}s + f(x).\Big]$$

La méthode de Hitchcock consiste essentiellement à rechercher le développement de la fonction inconnue $\varphi(x)$ en série de fonctions orthogonales de forme particulière (fonctions en créneaux) qui entraînent finalement des calculs numériques simples.

Cette suite de fonctions, orthogonales dans l'intervalle ab, est définie par le schéma de la figure 2.

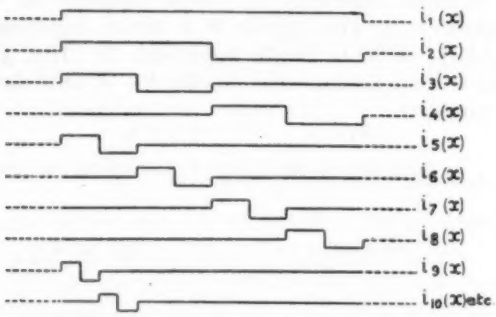


Fig. 2. — La quantité $i_i(x)$ est égale à 0, + 1 ou — 1 selon les valeurs de x.

Considérons 2^m fonctions orthogonales $i_p(x)$ ($m = 2, 3, \ldots$). On posera

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^{2^m} C_k i_k(x);$$

pour calculer les C_k, on est conduit à un système de 2^m équations linéaires dont les coefficients des inconnues s'évaluent simplement en fonction de $K(x, y)$ et $f(x)$: il suffit, en effet, de connaître $\iint K(xy)\,dx\,dy$ dans chacun des 2^{2m} carrés partiels du carré fondamental, ainsi que les valeurs de $\int f(x)\,dx$ dans 2^m intervalles égaux. Cela permet de construire par points une courbe $\varphi(x)$.

Hitchcock recherche en outre directement $\varphi(x)$ sous la forme d'un polynome de degré $2^m - 1$, soit

$$\varphi(x) = A_1 + A_2 x + \ldots + A_p x^{p-1},$$

avec $p = 2^m$, en se basant sur le développement de x^n selon les fonctions orthogonales $i_p(x)$: mais ces développements doivent être maniés avec prudence car ils peuvent être trop lentement convergents. Néanmoins, l'idée de Hitchcock de développer $\varphi(x)$ en série de fonctions créneaux suggère la possibilité d'utilisation de machines (électroniques) pour résoudre les équations intégrales.

b. Méthode de Crout (1941) [5], [6]. — La méthode consiste essentiellement à exprimer la fonction inconnue à l'aide de polynomes d'interpolation. Soient $2n + 1$ points x_i subdivisant l'intervalle (ab) en $2n$ intervalles partiels égaux, de longueur h, et soit x_0 le point milieu de (ab). On remplace $\varphi(x)$ par

$$\sum_{-n}^{n} \varphi_i L_i(\nu) \qquad \text{avec } \varphi_i = \varphi(x_i) \qquad \text{et} \qquad \nu = \frac{x - x_0}{h},$$

$L_i(\nu)$ sont des polynomes d'interpolation de degré $2n$, d'où :

$$f(x) = \sum_{-n}^{n} \varphi_i \left[L_i(\nu) - \lambda \int_a^b K(x, s)\, L_i[\nu(s)]\,\mathrm{d}s \right].$$

Pour déterminer les φ_i il y a deux méthodes :

1° Comme les polynomes d'interpolation L_i sont tels que $L_i(i) = 1$ pour $\nu = i$ et $L_i(\nu) = 0$ pour ν *entier* différent de i, on donnera à x successivement les $2n + 1$ valeurs x_i. On a alors un système de $2n + 1$ équations linéaires où les inconnues sont φ_i;

2° Le deuxième membre de l'égalité écrite ci-dessus peut se mettre sous la forme $\sum_{i=-n}^{+n} \varphi_i I_i(x)$; on déterminera les φ_i par la condition de rendre minimum

$$\int_a^b [f(x) - \Sigma \varphi_i I_i(x)]^2\,\mathrm{d}x,$$

ce qui entraîne $2n+1$ équations linéaires :

$$\sum_{i=-n}^{n} y_i \int_a^b I_i(x)\, I_p(x)\, dx = \int_a^b \varphi(x)\, I_p(x)\, dx$$
$$(p = -n, \ldots, +n).$$

Dans ces deux méthodes, le calcul des intégrales par voie analytique est souvent prohibitif, ou même impossible, si le noyau est donné sous forme de tableau de nombres; aussi est-il avantageux d'employer une méthode d'intégration numérique, telle que la méthode de Simpson. Un avantage de la méthode de Crout (par rapport à la méthode originale de Fredholm) est de pouvoir utiliser pour l'intégration un nombre $m < 2n+1$ de points équidistants dans ab et, par suite, d'améliorer le calcul.

5. Résolution numérique des équations intégrales de Volterra. Noyaux de la forme $k(x-y)$. Méthode de Wittaker (1918) [7].

Wittaker a donné des solutions rigoureuses des équations de Volterra de première et de deuxième espèce, de noyaux du type particulier, mais très fréquent $k(x-y)$, lorsqu'ils se présentent sous forme de développements en séries de puissances limités ou bien sous forme de sommes d'exponentielles. Il en a déduit une méthode de résolution numérique de ces équations intégrales, qui est résumée dans les quatre théorèmes suivants qu'il a énoncés en 1918 :

1° *Équation de Volterra de première espèce*

$$\int_0^x \varphi(s)\, k(x-s)\, ds = f(x)$$

avec $k(u)$ tendant vers l'infini pour u tendant vers zéro $\Big[$ si $k(u)$ tendait vers une valeur finie lorsque u tend vers zéro, on sait que l'équation fondamentale précédente se ramènerait à une équation de deuxième espèce par dérivation, soit

$$\varphi(x)\, k(0) + \int_0^x \varphi(s)\, k'(x-s)\, ds = f'(x) \Big].$$

Théorème 1. — *La solution de l'équation intégrale*

$$\int_0^x \varphi(s)\, k(x-s)\, ds = f(x),$$

où le noyau $k(x)$ est supposé donné numériquement et exprimé par les méthodes ordinaires d'interpolation sous la forme

$$k(x) = x^{-p}[a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n] \qquad (0 < p < 1),$$

est

$$\varphi(x) = \frac{\sin p\pi}{\pi} \int_0^x f'(s)\, L(x-s)\, ds,$$

où

$$L(x) = \frac{x^{p-1}}{a_0} + \frac{\alpha^{n-p}}{F'(\alpha)}\gamma_p(\alpha x) + \frac{\beta^{n-p}}{F'(\beta)}\gamma_p(\beta x) + \ldots + \frac{\nu^{n-p}}{F'(\nu)}\gamma_p(\nu x)$$

$\alpha, \beta, \ldots, \nu$ étant les racines de l'équation algébrique

$$F(x) \equiv a_0 x^n + (1-p)a_1 x^{n-1} + (1-p)(2-p)a_2 x^{n-2} + \ldots + (1-p)(2-p)\ldots(n-p)a_n = 0$$

et où $\beta_p(x)$ est la fonction gamma incomplète

$$\gamma_p(x) = e^x \int_0^x s^{p-1} e^{-s}\, ds.$$

On sait que

$$\gamma_p(x) = (p-1)!\left[\frac{x^p}{p!} + \frac{x^{p+1}}{(p+1)!} + \ldots\right]$$

avec

$$p! = \Gamma(p+1);$$

et que, pour x grand, on a

$$\gamma_p(x) \sim \Gamma(p)\, e^x - x^{p-1}\left[1 + \frac{p-1}{x} + \frac{(p-1)(p-2)}{x^2} + \ldots\right].$$

2° *Équation de Volterra de deuxième espèce* (interpolation du noyau par la méthode de Prony).

Théorème 2. — *La solution de l'équation intégrale*

$$\varphi(x) + \int_0^x \varphi(s)\, k(x-s)\, ds = f(x),$$

où le noyau $k(x)$ est supposé donné numériquement et pouvant s'exprimer par la méthode de Prony d'interpolation sous la forme

$$k(x) = P e^{px} + Q e^{qx} + \ldots + V e^{vx},$$

est

$$\varphi(x) = f(x) - \int_0^x K(x-s)\, f(s)\, ds,$$

où la fonction résolvante est

$$K(x) = -\frac{(\alpha-p)(\alpha-q)\ldots(\alpha-v)}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)\ldots(\alpha-\nu)} e^{\alpha x} - \frac{(\beta-p)(\beta-q)\ldots(\beta-v)}{(\beta-\alpha)(\beta-\gamma)\ldots(\beta-\nu)} e^{\beta x} - \ldots\ldots\ldots\ldots - \frac{(\nu-p)(\nu-q)\ldots(\nu-v)}{(\nu-\alpha)(\nu-\beta)\ldots(\nu-\mu)} e^{\nu x}$$

et où α, β, γ, ... sont les racines de l'équation algébrique en x :

$$\frac{P}{x-p}+\frac{Q}{x-q}+\ldots+\frac{V}{x-v}+1=0.$$

D'après T. H. Havelock (1921) [8], ces résultats peuvent se mettre sous la forme suivante :

Si l'on pose

$$F(x)\equiv(x-p)^P(x-q)^Q\ldots(x-v)^V,$$

l'équation déterminant les nouveaux exposants α, β, γ de

$$K(x)=A\,e^{\alpha x}+B\,e^{\beta x}+\ldots+N\,e^{\nu x}$$

est $F'(x)+F(x)=0$; si, par ailleurs, on pose

$$f(x)=(x-\alpha)(x-\beta)\ldots(x-\nu),$$
$$\varphi(x)=(x-p)(x-q)\ldots(x-v),$$

les coefficients A, B, ... de la fonction résolvante sont $-\frac{\varphi(\alpha)}{f'(\alpha)}$,

ou encore, si l'on pose

$$\begin{cases}\psi(x)=\left(1-\frac{x}{p}\right)\left(1-\frac{x}{q}\right)\ldots\left(1-\frac{x}{v}\right)\\ \theta(x)=\left(1-\frac{x}{\alpha}\right)\left(1-\frac{x}{\beta}\right)\ldots\left(1-\frac{x}{\nu}\right),\end{cases}$$

$$A=\left(\frac{P}{p}+\frac{Q}{q}+\ldots+\frac{V}{v}-1\right)^{-1}\frac{\psi(\alpha)}{\theta(\alpha)}.$$

Si $p=0$, on doit écrire

$$\psi(x)=x\left(1-\frac{x}{q}\right)\ldots\left(1-\frac{x}{v}\right)\quad\text{et alors } A=\frac{\psi(\alpha)}{p\,\theta'(\alpha)}.$$

Un grand avantage de la méthode d'interpolation de Prony, par rapport aux méthodes d'interpolation ordinaire par polynomes, est que chaque terme exponentiel implique deux constantes dont on peut disposer (Pe^{pn}, P et p), tandis qu'un terme d'un polynome ordinaire implique seulement une constante dont on peut disposer. Par suite, on peut obtenir un haut degré d'approximation avec n exponentielles, alors qu'il faudrait $2n$ termes pour un polynome.

Néanmoins, le noyau peut s'exprimer parfois par les méthodes d'interpolation ordinaires sous forme d'un polynome de degré $n-1$; le théorème suivant est relatif à ce cas.

THÉORÈME 3. — *La solution de l'équation intégrale*

$$\varphi(x)+\int_0^x\varphi(s)\,k(x-s)\,ds=f(x),$$

où le noyau $k(x)$ est supposé donné numériquement et pouvant s'exprimer par les méthodes d'interpolation ordinaires sous la forme

$$k(x)=k_0+k_1x+\frac{k_2}{2!}x^2+\ldots+\frac{k_{n-1}}{(n-1)!}x^{n-1},$$

est

$$\varphi(x)=f(x)-\int_0^x K(x-s)f(s)\,ds,$$

où

$$K(x)=-\frac{\alpha^n}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)\ldots(\alpha-\nu)}e^{\alpha x}-\frac{\beta^n}{(\beta-\alpha)(\beta-\gamma)\ldots(\beta-\nu)}e^{\beta x}-\frac{\nu^n}{(\nu-\alpha)(\nu-\beta)\ldots(\nu-\mu)}e^{\nu x}$$

et où α, β, ..., ν sont les racines de l'équation algébrique en x :

$$x^n+k_0x^{n-1}+k_1x^{n-2}+\ldots+k_{n-1}=0.$$

Si $k(x)$ est développable en série de Taylor, dans ce cas une autre forme de la résolvante est la suivante :

$$K(x)=k_0-\begin{vmatrix}k_0 & 1\\ k_1 & k_0\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}k_0 & 1 & 0\\ k_1 & k_0 & 1\\ k_2 & k_1 & k_0\end{vmatrix}\frac{x^2}{2}-\begin{vmatrix}k_0 & 1 & 0 & 0\\ k_1 & k_0 & 1 & 0\\ k_2 & k_1 & k_0 & 1\\ k_3 & k_2 & k_1 & k_0\end{vmatrix}\frac{x^3}{3}+\ldots,$$

c'est-à-dire que $K(x)$ est une série entière : on n'utilisera pratiquement cette méthode que lorsque la série converge rapidement.

6. Méthode de résolution approximative de l'équation générale de Volterra. Méthode de Huber.

En 1939, Huber [9] a indiqué une méthode de résolution des équations de Volterra qui consiste à construire par points et de proche en proche la courbe intégrale, un peu de la même manière que l'on construit la courbe intégrale d'une équation différentielle.

Nous prendrons les mêmes notations que Huber. Considérons l'équation de première espèce

$$F(t)=\int_0^t f(\tau)\,K(t,\tau)\,d\tau\quad.$$

et soient les points (*fig.* 3) tels que $t=k\sigma$ (k étant entier) : on posera, pour le $i^{\text{ième}}$ intervalle partiel de longueur σ

$$f(\tau)\sim f_i(\tau)=\alpha_i(\tau-i\sigma)+\sigma\sum_{\nu=1}^{i}\alpha_k,$$

$$\text{pour } (i-1)\sigma\leqq i\leqq i\sigma$$

[on remplace dans le $i^{\text{ième}}$ intervalle la courbe $f(\tau)$ par la corde et α_i est la pente de la corde $f_i \sim f$].

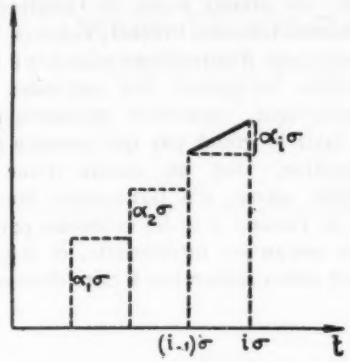


Fig. 3.

On déterminera successivement les α_i en remplaçant f par l'expression précédente pour chaque valeur de l'entier k, soit

$$F(k\sigma)=\sum_{i=1}^{k}\int_{(i-1)\sigma}^{i\sigma} f_i(\tau)\,K(k\sigma,\tau)\,\mathrm{d}\tau \qquad (k=1,2,\ldots).$$

On en déduit

$$F(k\sigma)=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i A_i^{(k)},$$

avec

$$A_i^{(k)}=\psi_i^{(k)}-\psi_{i-1}^{(k)}-\sigma[(i-1)(\varphi_i^{(k)}-\varphi_{i-1}^{(k)})+\varphi_i^{(k)}-\varphi_k^{(k)}]$$
$$(1\leqq i\leqq k),$$

où

$$\varphi_i^{(k)}=\int_0^{i\sigma}K(k\sigma,\tau)\,\mathrm{d}\tau, \qquad \psi_i^{(k)}=\int_0^{i\sigma}\tau K(k\sigma,\tau)\,\mathrm{d}\tau;$$

les $A_i^{(k)}$ dépendent de $n(n+1)$ intégrales mesurables au planimètre.

Dans le cas d'équations intégrales de deuxième espèce

$$F(t)=f(t)+\int_0^t f(\tau)\,K(t,\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

on obtient, pour déterminer les α_i, le système

$$F(k\sigma)=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i(A_i^{(k)}+\sigma).$$

Cas des noyaux $K(t,\tau)=K(t-\tau)$. — Dans ce cas les intégrales se simplifient et le nombre des intégrales indépendantes à rechercher diminue. Si l'on pose

$$S_i=\int_0^{i\sigma}K(\xi)\,\mathrm{d}\xi, \qquad T_i=\int_0^{i\sigma}\xi K(\xi)\,\mathrm{d}\xi,$$

les équations linéaires donnant les α_i sont :

$$F(k\sigma)=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i A_{k-i}$$

pour les équations de première espèce, et

$$F(k\sigma)=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i(A_{k-i+1}+\sigma)$$

pour les équations de deuxième espèce.

Calcul pratique (ratissage systématique). —Supposons que le noyau soit positif et que la courbe $f(t)$ soit concave : on constate que les valeurs approchées des coefficients $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \ldots$ données par les équations linéaires précédentes sont telles que les points représentatifs P_1, P_2, ... sont alternativement en dessus et en dessous de la courbe représentant $f(t)$ (courbe qu'il s'agit de déterminer), et que l'amplitude de cette oscillation va en augmentant lorsque l'indice k augmente. La méthode ne donne apparemment de bons résultats que pour t petit. On peut la rendre meilleure en améliorant de proche en proche les valeurs des coefficients α_i de la façon suivante.

La valeur améliorée du premier coefficient s'obtiendra à partir des valeurs approchées des deux premiers coefficients, soit

$$\alpha_1^*=\bar{\alpha}_1+\frac{1}{8}(\bar{\alpha}_2-\bar{\alpha}_1).$$

On calcule alors avec la nouvelle valeur améliorée α_1^*, du premier coefficient, de nouvelles valeurs $\bar{\alpha}_2$, $\bar{\alpha}_3$ des deuxième et troisième coefficients. A partir de ces

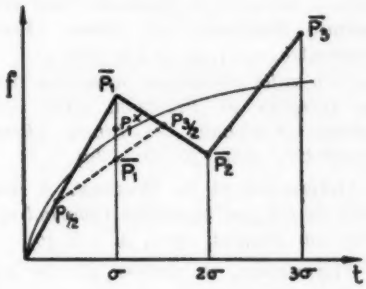


Fig. 4.

trois coefficients, on déterminera une valeur améliorée α_2^* du deuxième coefficient, et ainsi de suite (*fig.* 4).

7. Conclusions.

Les méthodes de résolution numérique des équations intégrales sont basées soit sur une approxi-

mation du noyau, soit sur une approximation de la fonction inconnue. Pour ces différentes méthodes, il n'existe pas encore d'estimation suffisamment stricte de la limite supérieure des erreurs commises. Permettons-nous pour conclure une comparaison simple avec les équations algébriques. S'il est intéressant de connaître les propriétés générales des racines d'une équation algébrique, il est souvent très utile, dans la pratique, de savoir calculer effectivement ces racines : le problème n'est d'ailleurs pas tellement simple dès qu'on veut avoir quelque précision, et un grand pas a été fait lorsqu'on a su évaluer la limite supérieure de l'écart de la valeur vraie à la valeur calculée par une méthode quelconque d'approximation. Il en est de même pour les équations intégrales : de grands noms de l'analyse contemporaine, comme Goursat, Fréchet, Volterra, Wittaker, Fredholm et bien d'autres sont attachés à la théorie des équations intégrales; des méthodes de résolution numérique, peut-être grossières, ont été données, mais le grand pas qui consiste à évaluer l'approximation, tout au moins d'une manière suffisamment serrée, n'a pas encore été fait. La tentative de Tricomi pour les méthodes par approximation du noyau est intéressante, et il y a encore de belles et utiles recherches à faire dans cette voie.

BIBLIOGRAPHIE.

1. H. Bateman, *On the numerical solution of linear integral equations* (*Proceedings of the Royal Society of London*, A, 1922, p. 441 à 449).

   The solution of the integral equation connecting the velocity of propagation of earthquake-wave in the interior of the earth with the times which the disturbance takes to travel to the differents stations on the earth's surface (*Philosophical Magazine*, vol. XIX, 1910, p. 576 à 587).

2. F. Tricomi, *Sulla risoluzione numerica della equazioni integrali di Fredholm* [*Atti della Reale Academia Nazionale dei Lincei* (*Rendiconti*), 1er semestre, 1924, p. 483 à 486].

   Ancora sulla risoluzione numerica della equazioni integrali di Fredholm [*Atti della reale Academia Nazionale dei Lincei* (*Rendiconti*), 2e semestre, 1924, p. 26 à 30].

3. F. L. Hitchcock et N. Wiener, *A new vector method in integral equations* (*Journal of Mathematics and Physics*, 1922, p. 1 à 20).

4. F. L. Hitchcock, *A method for the numerical solution of integral equations* (*Journal of Mathematics and Physics*, 1923, p. 88 à 104).

5. F. B. Hildebrand et P. D. Crout, *A least square procedure for solving integral equations by polynomial approximation* (*Journal of Mathematics and Physics*, 1941, p. 310 à 335).

6. P. D. Crout, *An application of polynomial approximation to the solution of integral equations arising in physical problems* (*Journal of Mathematics and Physics*, 1940, p. 34).

7. E. T. Wittaker, *On the numerical solution of integral equations* (*Proceedings of the Royal Society of London*, A, 1918, p. 367).

8. T. H. Havelock, *On the decay of oscillation of a solid body in a viscous fluid* (*Philosophical Magazine*, 1921, p. 628 à 634).

   The solution of an integral equation occuring in certain problems of viscous fluid motion (*Philosophical Magazine*, 1921, p. 620 à 628).

9. A. Huber, *Eine Häherungsmethode zur Aufluösung Volterrascher Integralgleichungen* (*Monatsheft für Mathematik und Physik*, 1939, p. 240 à 246).

EFFET DE LENTILLE DES CHAMPS ALTERNATIFS DANS LES TUBES A MODULATION DE VITESSE.

PAR P. GUÉNARD,

Agrégé de Sciences physiques,

Laboratoire de Recherches « Tubes électroniques » de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.

SOMMAIRE. — *L'utilisation d'un champ alternatif non uniforme pour la production d'un faisceau électronique modulé en vitesse s'accompagne nécessairement d'effets radiaux qui font alternativement diverger et converger le faisceau au rythme du champ alternatif, la divergence maximum correspondant aux électrons qui forment ensuite les centres des paquets électroniques. La grandeur de cet effet est calculée dans le cas d'un champ peu intense.*

Introduction.

Dans un tube à modulation de vitesse à focalisation électrostatique, dans lequel le champ alternatif de modulation n'est pas limité par des grilles, la production de la modulation de vitesse est inséparable de l'apparition d'un effet de lentille, qui fait alternativement converger et diverger le faisceau à la sortie de l'organe modulateur.

Cet effet de lentille, essentiellement dû au temps de transit des électrons dans le champ alternatif, est beaucoup plus important que l'effet d'une lentille statique, de même constitution, soumise à une différence de potentiel égale à l'amplitude de la tension alternative. Il conduit à modifier, par rapport à la forme que lui donnent des expériences statiques, l'optique électronique du tube.

Le présent article se propose de déterminer une première approximation de cet effet, valable dans le cas d'une modulation de faible profondeur.

1. Champ de modulation limité par des grilles.

Considérons l'organe modulateur d'un tube à modulation de vitesse (*fig.* 1), constitué par deux grilles g_1 et g_2, incorporées à un organe oscillant et entre lesquelles règne un champ alternatif parallèle à l'axe de révolution Oz du système et sensiblement constant. Il est évident qu'un faisceau incident parallèle à l'axe ne subit aucune déviation. Il n'apparaît aucune vitesse radiale à la sortie du modulateur. Si l'on suppose que la tension alternative entre les deux grilles est petite par rapport à la tension d'accélération V_0 des électrons avant leur entrée dans le système, la vitesse de sortie se calcule aisément.

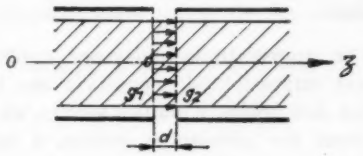


Fig. 1.

Avant de donner ce résultat, nous spécifierons les conventions adoptées. Nous poserons

$$z = \frac{\omega \bar{z}}{v_0}, \qquad v = \frac{\bar{v}}{v_0}, \qquad t = \omega \bar{t},$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{\bar{U}}{V_0}, \qquad Z = \frac{e}{m}\frac{1}{\omega v_0}\bar{Z},$$

$\bar{z}$, $\bar{v}$, $\bar{t}$, $\bar{U}$, $\bar{Z}$ désignant les vraies valeurs d'une longueur, d'une vitesse, d'un temps, d'une tension et d'un champ électrique, ω la pulsation du champ alternatif, V_0 et v_0 le potentiel d'accélération des électrons avant leur entrée dans le modulateur et la vitesse correspondante.

Avec ces conventions, la vitesse de sortie v_2 a pour valeur

$$v_2 = 1 + U\frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}}\sin\left(t_1 + \frac{d}{2}\right),$$

la tension entre les grilles étant représentée par $U \sin t$ et l'époque d'entrée d'un électron dans le champ par t_1. Le coefficient $\dfrac{\sin \frac{d}{2}}{\frac{d}{2}}$ pourra être défini comme le coefficient d'efficacité p de la paire de grilles considérée.

Si le faisceau incident est légèrement convergent, un rayon arrivant à la distance r_1 de l'axe, avec une pente $\alpha_1 = C_1 r_1$, en sort avec une pente $\alpha_2 = C_2 r_1$ où

$$C_2 = C_1 \left[1 - U \frac{\sin \frac{d}{2}}{\frac{d}{2}} \sin\left(t_1 + \frac{d}{2}\right) \right].$$

On peut donc, dans ce cas, aussi bien pour la détermination de la modulation de vitesse que de la déviation subie par le faisceau, remplacer le champ considéré par un champ infiniment étroit placé en $z = 0$ et d'amplitude pU. Pour ce champ infiniment étroit, le temps de transit entre les grilles n'intervient pas et l'on peut utiliser les résultats statiques appliqués à la valeur de la tension alternative à l'instant considéré.

2. Champ de modulation non limité par des grilles.

Lorsqu'on augmente la puissance appliquée au tube, il est impossible de conserver sur le trajet du faisceau des grilles à mailles serrées, et l'on est conduit, pour des puissances élevées, à supprimer complètement ces grilles. Le champ électrique dans l'organe modulateur possède alors l'aspect représenté sur la figure 2. Ce champ qui est intense

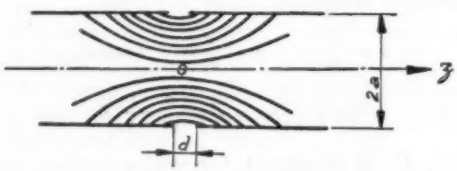


Fig. 2.

dans un domaine voisin de la fente, décroît ensuite exponentiellement et devient négligeable à une distance de l'ordre de grandeur du diamètre $2a$ du tube que traverse le faisceau.

Un tel dispositif auquel on applique statiquement une tension U, manifeste une convergence de l'ordre de grandeur de U^2. La présence nécessaire de temps de transit importants, de l'ordre de grandeur de $2a$, fait apparaître lorsqu'on étudie le fonctionnement dynamique du système, une convergence de l'ordre de grandeur de U, que nous allons déterminer.

1° *Composantes de la vitesse de sortie.* — Soient $Z(z, r) \sin t$ et $R(z, r) \sin t$ les composantes du champ. Nous nous limiterons au cas d'un faisceau incident parallèle, de vitesse v_0 et d'une tension de modulation faible. Soient v_2 et r'_2 les composantes de la vitesse de sortie. Nous repérerons l'époque de passage d'un électron par l'époque t_1 à laquelle il passerait en $z = 0$ en l'absence du champ alternatif. Dans les équations du mouvement

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = Z(z, r) \sin t, \qquad \frac{d^2 r}{dt^2} = R(z, r) \sin t,$$

nous pouvons, avec les hypothèses faites, remplacer z par $(t - t_1)$ et r par r_1, ce qui donne pour la vitesse de sortie les expressions

$$v_2 - 1 = \int_{-\infty}^{+\infty} Z[(t - t_1), r_1] \sin t \, dt$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, r_1) \sin(t + t_1) \, dt,$$

$$(1) \qquad v_2 - 1 = \mathcal{R}_e \left\{ j e^{-jt_1} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, r_1) e^{-jt} \, dt \right\},$$

$$(2) \qquad r'_2 = \mathcal{R}_e \left\{ j e^{-jt_1} \int_{-\infty}^{+\infty} R(t, r_1) e^{-jt} \, dt \right\}.$$

2° *Modulation de vitesse.* — L'équation (1) définit la modulation de vitesse $v_2 - 1$ introduite par ce champ. Il est commode de rapporter le champ Z à une tension U définie comme l'intégrale du champ sur l'axe

$$U = \int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, 0) \, dt,$$

$v_2 - 1$ se met alors sous la forme

$$(3) \qquad v_2 - 1 = U \mathcal{R}_e \left\{ j e^{-jt_1} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, r_1) e^{-jt} \, dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, 0) \, dt} \right\}.$$

Appelons par analogie avec le cas du champ limité

(1) Cette première approximation, valable pour un champ d'amplitude infiniment petite, peut être appliquée à un champ fini, tant que celui-ci n'introduit pas de variation de phase importante dans le mouvement longitudinal de l'électron, c'est-à-dire à un champ d'autant plus intense qu'il est plus court.

par des grilles, coefficient d'efficacité du modulateur considéré, la quantité

$$p = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, r_1)\, e^{-jt}\, dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, 0)\, dt}.$$

Cette quantité ne dépend que de la forme du champ, c'est-à-dire des dimensions du dispositif considéré, rapportées à la longueur d'onde; c'est une fonction de r_1 qui est réelle pour un champ symétrique par rapport au plan $z = 0$. L'équation (3) montre que, pour les électrons passant à la distance r_1 de l'axe, le champ considéré est équivalent à un champ infiniment étroit localisé en $z = 0$ et d'amplitude complexe pU.

3° *Effet de lentille.* — L'équation (2) définit l'effet de lentille. Pour le pinceau de phase d'entrée t_1 et de distance à l'axe r_1, le champ est équivalent à une lentille de convergence

$$C = -\frac{r'_2}{r_1} = -\frac{1}{r_1}\mathcal{R}_e\left\{ j\, e^{-jt_1} \int_{-\infty}^{+\infty} R(t, r_1)\, e^{-jt}\, dt \right\}$$

que l'on peut écrire

$$C = -U\,\mathcal{R}_e(\gamma\, e^{-jt_1})$$

avec

$$\gamma = \frac{j}{r_1}\,\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} R(t, r_1)\, e^{-jt}\, dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} Z(t, 0)\, dt},$$

facteur qui ne dépend que de la géométrie du champ.

Dans le cas d'un champ symétrique, ayant l'aspect indiqué sur la figure 3, c'est-à-dire tel que Z soit

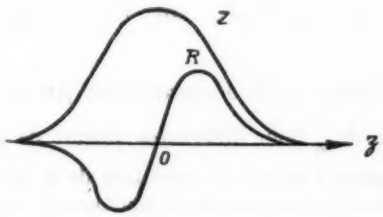


Fig. 3.

positif et décroissant de 0 à $+\infty$ et R positif dans la même région, on a

$$v_2 - 1 = \quad pU \sin t_1,$$
$$C = -\gamma U \cos t_1,$$

où p et γ sont des constantes positives.

Le champ possède donc un effet divergent maximum pour $t_1 = 2n\pi$, valeurs de t_1 pour lesquelles la modulation de vitesse passe de positive à négative. Ce sont justement ces électrons qui, dans le rassemblement ultérieur, forment les centres des paquets électroniques. Au contraire, le champ possède un effet convergent maximum pour les électrons qui se trouveront ultérieurement à mi-distance de deux paquets. Il en résulte que le faisceau possède à la sortie du modulateur l'aspect indiqué sur la figure 4.

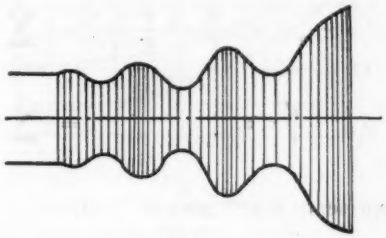


Fig. 4.

4° *Rayons paraxiaux.* — Pour les rayons voisins de l'axe ($r \ll 1$) on peut écrire

$$R = r\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)_{r=0}.$$

En introduisant cette valeur de R dans l'équation

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial Z}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{R}{r} = 0,$$

on en tire

$$R = -\frac{r}{2}\,\frac{\partial Z}{\partial z},$$

d'où la relation très simple

$$\gamma = \frac{p}{2},$$

qui permet d'exprimer la convergence maximum de la lentille équivalente en fonction de la longueur l du tube de glissement, lorsque cette grandeur est choisie de façon à donner le rendement maximum.

On doit en effet avoir alors

$$pUl = 1{,}84,$$

d'où

$$C_{\max} = \frac{0{,}92}{l}.$$

Il en résulte que, dans le cas des rayons paraxiaux, le champ est, pour les électrons des centres des paquets, équivalent à une lentille divergente de distance focale légèrement supérieure à la longueur du tube de glissement.

5° *Application à un cas particulier.* — C. C. Wang [1] a déterminé le champ dans un dispositif tel que celui de la figure 2, en supposant qu'entre les parois des cylindres qui se font face il est uniforme; il obtient ainsi

$$-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}, \qquad \frac{Z(z, r)}{Z(0, a)} = \frac{J_0(\beta r)}{J_0(\beta a)} - 2\sum_1^\infty{}_n \frac{J_0\left(x_n \frac{r}{a}\right)}{x_n J_1(x_n)} \frac{1}{\cos^2\alpha_n} e^{-\frac{d}{2a}x_n\cos\alpha_n} \operatorname{ch}\left(\frac{z}{a} x_n \cos\alpha_n\right);$$

$$\frac{d}{2} < z, \qquad = 2\sum_1^\infty{}_n \frac{J_0\left(x_n \frac{r}{a}\right)}{x_n J_1(x_n)} \frac{1}{\cos^2\alpha_n} e^{-\frac{z}{a}x_n\cos\alpha_n} \operatorname{sh}\left(\frac{d}{2a} x_n \cos\alpha_n\right);$$

$$-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}, \qquad \frac{R(z, r)}{Z(0, a)} = 2\sum_1^\infty{}_n \frac{J_1\left(x_n \frac{r}{a}\right)}{x_n J_1(x_n)} \frac{1}{\cos\alpha_n} e^{-\frac{d}{2a}x_n\cos\alpha_n} \operatorname{sh}\left(\frac{z}{a} x_n \cos\alpha_n\right);$$

$$\frac{d}{2} < z, \qquad = 2\sum_1^\infty{}_n \frac{J_1\left(x_n \frac{r}{a}\right)}{x_n J_1(x_n)} \frac{1}{\cos\alpha_n} e^{-\frac{z}{a}x_n\cos\alpha_n} \operatorname{sh}\left(\frac{d}{2a} x_n \cos\alpha_n\right),$$

où x_n représente le $n^{\text{ième}}$ zéro de $J_0(x)$, $\beta = \frac{v_0}{c}$, $\cos\alpha_n = \sqrt{1 - \frac{\beta^2 a^2}{x_n^2}}$.

Avec cette répartition de champ, p et γ prennent la forme suivante

$$p = \frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}}\left[J_0(\beta r) - 2J_0(\beta a)\sum_1^\infty{}_n \frac{J_0\left(x_n \frac{r}{a}\right)}{x_n J_1(x_n)} \frac{1}{\cos^2\alpha_n} \frac{a^2}{a^2 + x_n^2\cos^2\alpha_n}\right] = \frac{\sin\frac{a}{2}}{\frac{d}{2}} \frac{I_0\left(r\sqrt{1-\beta^2}\right)}{I_0\left(a\sqrt{1-\beta^2}\right)},$$

$$\gamma = \frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}} J_0(\beta a) \frac{2}{r}\sum_1^\infty{}_n \frac{J_1\left(x_n \frac{r}{a}\right)}{J_1(x_n)} \frac{a}{a^2 + x_n^2\cos^2\alpha_n} = \frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}} \frac{1}{r} \frac{I_1\left(r\sqrt{1-\beta^2}\right)}{I_0\left(a\sqrt{1-\beta^2}\right)},$$

p et γ font apparaître les grandeurs a et d, qui spécifient le modulateur considéré, dans deux facteurs séparés. Le facteur $\frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}}$ est identique au coefficient d'efficacité d'un modulateur muni de deux grilles séparées par une distance d.

Le deuxième facteur a été calculé en supposant $\beta = 0$. β apparaît dans des termes en $\beta^2 a^2$; or, comme nous le verrons plus loin, on ne peut pratiquement pas donner à a des valeurs dépassant $\frac{\pi}{2}$, la profondeur de modulation de vitesse variant alors beaucoup de l'axe jusqu'au bord du faisceau. En négligeant $\beta^2 a^2$ nous supposons donc $\beta < 1$, hypothèse faite implicitement dès le début puisque la correction de relativité n'a pas été introduite.

Avec ces hypothèses p et γ prennent la forme

$$p = \frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}} f(r),$$

$$\gamma = \frac{\sin\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}} \frac{f'(r)}{r} \qquad \text{avec } f(r) = \frac{I_0(r)}{I_0(a)}.$$

Les figures 5 et 6 représentent $f(r)$ et $\frac{f'(r)}{r}$ en fonction de $\frac{r}{a}$ pour différentes valeurs de a.

La figure 5 montre la variation de la profondeur de modulation de vitesse en fonction de la distance à l'axe du pinceau électronique. Cette variation devient extrêmement importante pour des valeurs de a de l'ordre de 3, le faisceau n'étant plus que très faiblement modulé sur l'axe. Des considérations plus détaillées montrent qu'on ne peut pratiquement pas dépasser une valeur $a = \frac{\pi}{2}$.

Le calcul de la longueur du tube de glissement peut être faite en appliquant la même formule

---

[1] C. C. Wang, *Electromagnetic field inside a cylinder with a gap* (*J. A. P.*, 16 juin 1945, p. 351).

[2] $J_0 J_1$ représentent les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1 I_0 et I_1 les fonctions de Bessel modifiées $I_0(x) = J_0(ix)$, $I_1(x) = -i\,J_1(ix)$.

que pour les tubes munis de grilles, c'est-à-dire $pUl = 1{,}84$ et en y remplaçant p, qui est main-

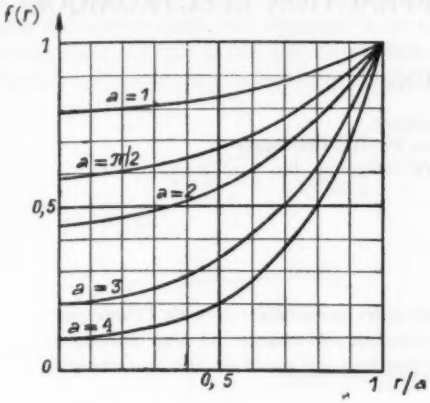


Fig. 5.

tenant fonction de r, par une valeur moyenne $\overline{p}$, qui, pour les valeurs de a considérées est sensiblement égale à $p_{\frac{r}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$.

La figure 6 montre que l'effet de lentille croît quand on passe de l'axe du faisceau à ses bords. La valeur intéressante est donc $\gamma_{\frac{r}{a}=1}$. Les courbes des figures 5 et 6 montrent alors que pour $a < 2$ le rapport $\frac{p}{\gamma_{max}}$ est constant et égal à 2.

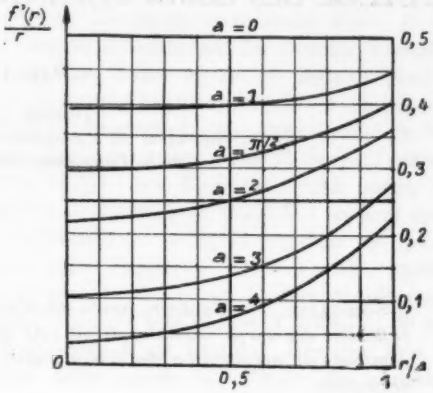


Fig. 6.

On peut donc généraliser le résultat obtenu pour les rayons paraxiaux et dire que, *pour le bord du faisceau électronique, le champ se comporte comme une lentille dont l'effet divergent maximum (centre des paquets d'électrons) correspond à une distance focale légèrement supérieure à la longueur du tube de glissement, lorsqu'on a réalisé les conditions de rendement maximum.*

L'ÉTUDE DES CORPS ISOLANTS PAR DIFFRACTION ÉLECTRONIQUE.

PAR JEAN DEVAUX,

Docteur ès sciences Physiques,
Ingénieur au Laboratoire de Recherches Physico-Chimiques
de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.

SOMMAIRE. — *L'auteur, après avoir examiné les difficultés rencontrées lors de l'étude par réflexion des corps isolants, décrit une méthode d'élimination des charges et une technique commode de préparation des échantillons, et donne des résultats au point de vue de l'analyse cristalline.*

La diffraction des électrons par les cristaux rencontre, dans ses applications, pratiques deux difficultés principales qui sont d'une part, la préparation d'échantillons suffisamment minces si l'on veut travailler par transmission, ou suffisamment polis si l'on utilise la réflexion; d'autre part, le phénomène de charge de l'échantillon quand la matière examinée est un isolant. Cette charge, bien souvent, fait disparaître complètement le diagramme et l'on ne voit plus sur l'écran que des traînées lumineuses ou un voile continu; quand la charge est faible, le diagramme est encore visible, mais alors, la trace du faisceau direct est déformée, les lignes de diffraction sont élargies et elles sont déplacées par rapport à leur position normale, ce qui fait qu'il devient pratiquement impossible de dépouiller un diagramme pris dans ces conditions.

Pour supprimer la charge de l'échantillon, on peut métalliser très légèrement la surface examinée, par évaporation sous vide ou pulvérisation cathodique d'un métal. Cette méthode présente l'inconvénient de souiller la surface que l'on veut examiner. Kamogawa [1] avait utilisé en 1940 pour l'étude des verres le procédé suivant : envoyer sur la surface de l'échantillon un faisceau auxiliaire d'électrons à faible vitesse. Il avait proposé comme explication le fait que la charge négative accumulée sur le verre par l'absorption des électrons à grande vitesse est compensée par l'émission d'électrons secondaires produits par les électrons lents.

Cette méthode a, depuis lors, été employée aux États-Unis, notamment par Brubaker et Fuller [2], qui envoient normalement à la face étudiée de l'échantillon un faisceau d'électrons ayant un potentiel d'accélération de 400 V. Ces auteurs pensent que l'explication du phénomène donnée par Kamogawa est peu plausible. En effet, ils ont remarqué que, très fréquemment, la charge prise par l'échantillon est non pas négative, mais positive (déplacement des raies vers le centre correspondant à un potentiel positif de 10 à 60 V), et que celle-ci, d'ailleurs, varie avec l'incidence des électrons rapides. Dans tous les cas, les charges sont réduites à zéro par le faisceau auxiliaire. Il faudrait alors supposer que le coefficient d'émission secondaire, pour les électrons rapides, varie avec l'angle d'incidence au voisinage de l'incidence rasante et qu'en même temps ce coefficient varie en sens inverse pour les électrons lents, au voisinage de la normale. Il leur a semblé plus raisonnable de supposer qu'une grande part de l'action des électrons lents était due à l'ionisation de l'air résiduel de la caméra au voisinage de la surface de l'échantillon, celui-ci pouvant tirer du nuage d'ions ainsi formé assez d'ions de signe opposé pour réduire sa charge à une faible valeur.

Toutefois les auteurs n'ont apporté aucune preuve convaincante de leurs suppositions. Nous avons donc essayé de départager les théories en présence et, en fait, nous avons réussi à faire la preuve expérimentale de l'hypothèse formulée par Brubaker et Fuller. En effet, d'une part nous avons pu mettre en évidence une ionisation intense des

(1) *Phys. Rev.*, 58, p. 660.

(2) *Journal of Applied Physics*, 16, mars 1945, p. 128.

gaz résiduels de l'appareil au voisinage de l'échantillon; d'autre part, nous avons obtenu la disparition des charges quelle que soit l'orientation du faisceau d'électrons lents par rapport à la surface de l'échantillon, ce qui n'est pas compatible avec la théorie supposant un écoulement des charges

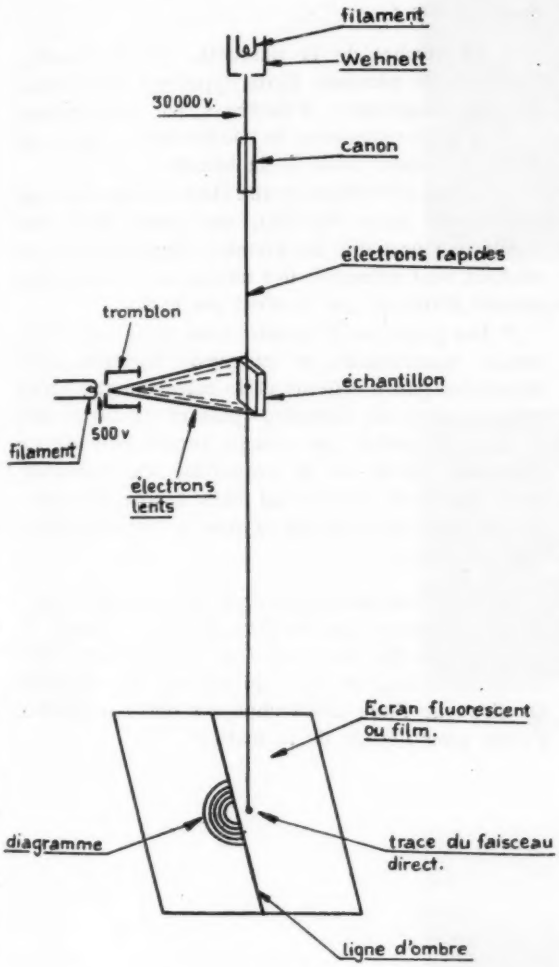


Fig. 1.

par variation de l'émission secondaire avec l'angle d'incidence.

Le détail de ces expériences a été publié ailleurs [1]; disons seulement que le dispositif que nous avons employé est celui représenté schématiquement sur la figure 1. Pour la production des électrons lents, un tromblon formé d'une cathode chaude (filament de tungstène spiralé) et d'une anode percée d'un trou de 1 mm de diamètre donne un faisceau d'électrons divergent recouvrant toute la surface de l'échantillon examiné. La tension d'accélération des électrons entre anode et cathode peut varier d'une façon continue de 0 à 2500 V au moyen d'un dispositif potentiométrique. Pour mettre en évidence l'ionisation, nous avons placé, au lieu de l'échantillon, sur le trajet des électrons lents, deux pointes distantes de 5 mm entre lesquelles on peut appliquer une différence de potentiel continue de 400 V. On réalise dans l'appareil un bon vide, analogue à celui d'un tube à rayons X démontable (pompe à palettes suivie d'une pompe à diffusion de mercure et d'un piège à air liquide). Dès que l'on met la tension entre anode et cathode du tromblon, une décharge se produit entre les pointes; elle cesse si l'on interpose un écran entre les pointes et le tromblon.

Utilisant cette méthode pour éliminer les charges, nous avons obtenu des diagrammes de cristaux isolants naturels d'une qualité remarquable. Ainsi, la figure 2 représente un diagramme obtenu par réflexion sur une face du prisme d'un monocristal de quartz; la face naturelle étant toujours plus ou moins striée se prêtait mal à une réflexion, aussi l'avons-nous polie optiquement, ce polissage a été suivi d'une légère attaque à l'acide fluorhydrique ayant pour but de dissoudre la couche superficielle perturbée par le polissage.

Nous avons mis également au point une technique de préparation des poudres cristallines qui, conjointement à l'emploi du tromblon, nous a donné toute satisfaction. On prend le corps à examiner en poudre fine (passe tamis 300 B. S. M.) et on soumet une couche de cette poudre à une forte compression à la presse hydraulique (1 t/cm^2) on a ainsi une plaquette de 1 à 2 mm d'épaisseur, suffisamment solide, que l'on colle avec un vernis cellulosique sur le porte-échantillon, la surface est suffisamment plane et lisse pour donner des diagrammes nets par réflexion. Tous les corps cristallisés que nous avons essayés par cette méthode nous ont donné des diagrammes Debye-Scherrer nets, avec des raies fines.

On peut ainsi, comme pour les rayons X, faire de l'analyse cristalline en se servant des données de la cristallographie; la méthode est surtout intéressante par sa rapidité, grande facilité de préparation de l'échantillon, temps de pose de quelques secondes; toutefois, elle présente par rapport aux rayons X, l'inconvénient de donner, du fait de la

[1] J. Devaux et H. Bildé, *C. R. Acad. Sc.*, 221, 1945, p. 493.

longueur d'onde plus courte, des raies beaucoup plus serrées; on a ainsi moins de précision, sur les mesures de mailles notamment. Cependant, dans le cas où l'on n'a à hésiter qu'entre un petit nombre de structures connues, l'identification peut être faite très rapidement et l'on a une méthode très commode. Comme les angles observés sont très faibles, on peut utiliser la formule simplifiée

$$\Phi = \frac{2L\lambda}{d_{hkl}},$$

où Φ est le diamètre de l'anneau, d_{hkl} la distance interréticulaire ayant donné lieu à la diffraction et $2L\lambda$ une constante; si donc l'on trace sur du papier logarithmique Φ en fonction de d_{hkl} les points se placent sur une droite de pente -1 dont l'ordonnée à l'origine est une constante dépendant des conditions d'emploi de l'appareil. Cette méthode de dépouillement présente l'avantage de ne pas nécessiter une mesure de précision de la tension utilisée pour faire le diagramme et n'implique pas non plus une connaissance exacte de la distance échantillon-film, toujours difficile à mesurer dans les diagrammes par réflexion.

Parmi les expériences que nous avons faites, nous avons examiné d'une part aux rayons X, d'autre part par diffraction des électrons, un échantillon de magnésie « Merck ». Le diagramme de rayons X (en rayonnement monochromatique de longueur d'onde 1,54 Å) montre, très intenses, les raies du périclase (MgO) et, très faibles, celles de la brucite [$Mg(OH)_2$]. Au contraire, le diagramme d'électrons donne fortement les raies de la brucite et une seule raie, d'ailleurs faible, du périclase. De la comparaison des résultats fournis par l'étude de ces deux diagrammes, on peut conclure que les grains de magnésie anhydre sont entourés d'une mince couche de magnésie hydratée, phénomène que l'analyse aux rayons X seule ne pouvait nous faire apercevoir.

Plusieurs hypothèses pouvaient être formulées pour expliquer la différence observée entre les deux clichés :

1° La surface de la plaquette est en brucite, l'intérieur en périclase. Cette hypothèse est à rejeter car un diagramme d'électrons par transmission sur une grille recouverte de poudre nous a également donné les seules raies de la brucite;

2° Le pouvoir réflecteur aux électrons est beaucoup plus grand pour $Mg(OH)_2$ que pour MgO; ceci paraît peu probable au premier abord, puisque les cristaux sont composés des mêmes atomes, le calcul montre d'ailleurs que ce n'est pas le cas;

3° Les grains de la poudre sont recouverts d'une couche superficielle de magnésie hydratée, cette hypothèse paraît logique et le calcul montre qu'un grain de 50 μ de diamètre (passant au tamis 300) devrait comporter une couche superficielle de 1 μ d'épaisseur pour que la proportion soit conservée, cette épaisseur correspond bien à une dimension de cristallite donnant aux rayons X des raies Debye-Scherrer fines.

On voit donc par cet exemple comment les renseignements fournis par les deux méthodes, rayons X et diffraction des électrons, sont des renseignements complémentaires et qu'il ne saurait être question de dire que l'une des techniques doive supplanter l'autre pour l'étude de la matière.

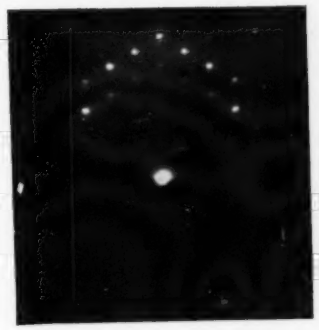


Fig. 2. — Quartz monocristal.

Fig. 3. — Quartz microcristallisé.

Fig. 4. — Poudre de carbonate de baryum.

CALCUL DE LA BANDE PASSANTE MINIMUM D'UN SYSTÈME DE TRANSMISSION D'IMPULSIONS.

PAR J. LAPLUME.

Ingénieur au Laboratoire de Recherches « Optique électronique et Télévision » de la Compagnie Générale de Télégraphie sans fil.

SOMMAIRE. — *L'auteur rappelle l'existence d'une relation étroite entre la bande passante d'un système de transmission et le traînage que celui-ci introduit dans la propagation des impulsions. Il montre que ce traînage peut être réduit en relevant la courbe de réponse vers les fréquences élevées, mais le signal de sortie prend alors une allure oscillatoire, et il convient de fixer une nouvelle tolérance sur l'amplitude des oscillations de ce signal.*

Deux systèmes de transmission, qui déforment de la même manière les impulsions appliquées à l'entrée, ont des courbes de réponse sensiblement identiques. On peut alors définir mathématiquement un signal-type de sortie et en déduire la courbe de réponse du système de transmission qui produit ce signal à partir de l'impulsion d'entrée. La courbe de réponse ainsi obtenue sera sensiblement celle de tous les systèmes produisant un signal de sortie de mêmes caractéristiques. Ces caractéristiques sont essentiellement la « durée de traînage » et l'amplitude de la première ondulation. La bande passante du système de transmission est calculée en fonction de ces deux paramètres.

1. Durée de traînage et bande passante.

Lorsqu'on applique à l'entrée d'un circuit quelconque une tension croissant instantanément depuis la valeur zéro jusqu'à la valeur 1 (impulsion d'Heaviside), la tension de sortie ne présente pas de semblable discontinuité; à cause de l'inertie et de l'amortissement du circuit, la tension de sortie met un temps pratiquement fini pour atteindre sa valeur limite, mais ce temps n'est jamais nul. Par une construction rationnelle du circuit de transmission, on peut réduire, mais non complètement supprimer ce « traînage » des impulsions.

Si la tension d'entrée consiste en une succession d'impulsions d'Heaviside, il est clair que la tension de sortie ne constituera une reproduction acceptable de la tension d'entrée que si la « durée de traînage » est notablement inférieure à l'intervalle de temps qui sépare l'émission de deux impulsions consécutives. Par suite, la rapidité de transmission des impulsions sera d'autant plus réduite que cette « durée de traînage » sera plus longue.

La finesse d'analyse des images en télévision, le nombre de voies en téléphonie par impulsions imposent une certaine rapidité de transmission des impulsions, et, par conséquent, limitent supérieurement la « durée de traînage » admissible. Le problème se pose alors d'établir des circuits capables de transmettre une impulsion avec une « durée de traînage » inférieure ou au plus égale à une certaine tolérance fixée *a priori*.

Il est bien connu qu'une impulsion d'Heaviside peut être considérée comme résultant de la superposition d'une infinité d'oscillations sinusoïdales dont les fréquences forment un spectre continu de zéro à l'infini. Si le circuit transmettait intégralement et sans affaiblissement toutes les fréquences, la tension de sortie serait la reproduction fidèle de la tension d'entrée. Mais, pratiquement, il n'en est rien; les fréquences très élevées ne sont pas transmises, ou du moins sont très affaiblies par rapport aux fréquences basses, à cause des inévitables capacités parasites. On peut donc dire que le circuit ne transmet pas instantanément les impulsions parce qu'il ne transmet pas intégralement toutes les fréquences; les deux faits sont étroitement liés. On diminuera la « durée de traînage » en élargissant la bande passante du circuit de transmission; naturellement, l'élargissement de la bande passante s'effectue aux dépens de la simplicité

et de l'efficacité des circuits; c'est pourquoi il est utile de calculer, au moins approximativement, la bande passante tout juste nécessaire pour obtenir une durée de traînage encore admissible.

On peut montrer qu'il existe une relation nécessaire entre la courbe de réponse des amplitudes et la courbe de réponse des phases d'un circuit électrique, ou, ce qui revient au même, entre la partie réelle et la partie imaginaire du facteur de transmission, tout au moins dans le cas des circuits en échelle utilisés presque exclusivement dans les amplificateurs à large bande. Dans un système *linéaire*, c'est-à-dire dont les caractéristiques (inductances, capacités, résistances) sont constantes, la relation entre la tension d'entrée V_e et la tension de sortie V_s est une équation différentielle linéaire de forme générale

$$V_s = H(p)V_e,$$

où $H(p)$ est une fonction *réelle* de l'opérateur de différentiation

$$p = \frac{d}{dt}.$$

Cette fonction se réduit simplement à un quotient de deux polynômes dans le cas d'un circuit à constantes localisées et possédant un nombre fini de degrés de liberté.

Lorsqu'on recherche les solutions de régime permanent de l'équation ci-dessus, on est conduit à substituer à toutes les grandeurs variables des exponentielles de la forme const. $\times e^{j\omega t}$, et toutes les différentiations se ramènent à de simples multiplications par $j\omega$. La relation (algébrique) entre les nombres complexes représentant V_e et V_s se déduit donc de l'équation différentielle écrite plus haut en y remplaçant simplement p par $j\omega$. Le facteur de transmission $K(\omega)$, défini comme le quotient des deux nombres complexes représentant V_s et V_e en régime permanent, est donc égal à $H(j\omega)$. Désignons par $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$ les parties réelle et imaginaire respectivement du facteur de transmission

$$K(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) = H(j\omega).$$

Il est bien évident que $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$ ne peuvent être choisis tous deux arbitrairement, car, dans le cas général, la combinaison $\alpha + j\beta$ (dépendant de deux arbitraires) ne peut être égale à une fonction réelle de $j\omega$ (laquelle ne dépend que d'un arbitraire). Il est d'ailleurs possible d'expliciter la relation qui existe nécessairement entre $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$, ou entre $|K| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ et argument $K = \operatorname{arc\,tg} \frac{\beta}{\alpha}$. Mais cette étude sortirait du cadre de cet exposé [1].

Il ressort des considérations précédentes que deux circuits caractérisés par des courbes de réponse des amplitudes voisines ne sauraient avoir des courbes de réponse des phases très différentes et, par conséquent, donneront lieu à des durées de traînage sensiblement égales. Nous caractériserons donc le circuit de transmission par sa seule courbe de réponse des amplitudes, plus facile à relever expérimentalement, et à comparer à la courbe idéale fournie par une théorie quelconque. Nous pourrons même, à la rigueur, caractériser le circuit par sa bande passante, définie, par exemple, par la fréquence transmise avec un affaiblissement donné; mais cette caractéristique devra être utilisée avec circonspection, car deux circuits de « même bande passante » peuvent avoir des courbes de réponse assez différentes, et, par suite, donner lieu à des régimes transitoires très différents; pourvu toutefois que la courbe de réponse ne présente pas d'accidents trop marqués, la donnée de sa « bande passante » suffira pour une estimation approchée de la durée de traînage.

Comme nous l'avons signalé plus haut, la transmission des fréquences élevées est limitée par les capacités parasites. Dans un étage d'amplification à tubes électroniques, ces capacités parasites comprennent la capacité anode-cathode C_a, la capacité grille-cathode C_g (ramenée sur le circuit de charge par la capacité de liaison c), et enfin les capacités des connexions (*fig.* 1). Toutes ces

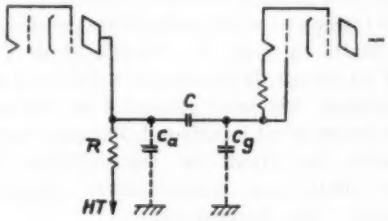


Fig. 1.

capacités sont équivalentes à une capacité unique C en shunt sur la résistance R.

Le procédé généralement utilisé pour compenser dans une certaine mesure l'effet de court-circuit de cette capacité parasite C consiste à placer en série avec la résistance de charge une inductance L

[1] *Cf.* M. Bayard, *Relations entre les parties réelles et imaginaires des impédances et détermination des impédances en fonction de l'une des parties* (*R. G. E.*, 25 mai 1935, p. 659).

de manière à créer une résonance sur une fréquence lointaine et, par conséquent, à relever la courbe de réponse vers les fréquences élevées (*fig.* 2). Cette résonance ne devra pas toutefois être trop aiguë, sans quoi les oscillations propres du circuit de charge,

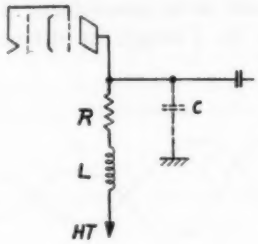


Fig. 2.

faiblement amorties, apparaîtraient dans le signal de sortie avec une amplitude excessive; l'expérience et le calcul montrent que cette surtension doit être nettement inférieure à 1, sans toutefois que le circuit devienne apériodique, ce qui exige

$$k = R\sqrt{\frac{C}{L}} < 2 \quad (^1);$$

$k = 1{,}5$ correspond à une surtension $Q = 0{,}44$.

Une valeur de k nettement plus faible conduirait à une surtension nettement plus élevée, donc à un signal de sortie d'allure oscillatoire. Une valeur de k nettement plus élevée n'apporterait pas de correction sensible à la courbe de réponse.

L'introduction, dans le circuit de charge, d'une inductance de compensation a pour effet d'introduire dans le signal de sortie les oscillations amorties du circuit oscillant ainsi constitué; le signal de sortie présente alors l'allure représentée sur la figure 3. Le flanc du signal est rendu plus abrupt, mais celui-ci atteint, à son premier maximum, une valeur nettement supérieure à la valeur limite. On devra donc se fixer une tolérance, non seulement sur la durée de traînage du signal, mais encore sur la hauteur du premier maximum, qui ne devra pas excéder une fraction donnée de la valeur limite. Prenant pour unité cette valeur limite, le premier maximum ne devra pas avoir une hauteur supérieure à

$$1 + n\%.$$

Le paramètre n fixe la tolérance sur l'amplitude des oscillations du signal (*fig.* 3).

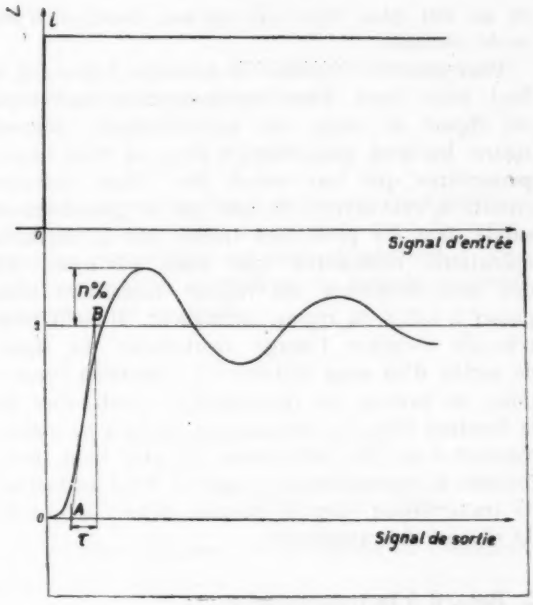


Fig. 3.

Quant à la durée de traînage τ, nous la définissons de la manière suivante : la courbe représentant le signal présente, un peu avant son premier maximum, un point d'inflexion. La tangente à la courbe en ce point d'inflexion coupe, d'une part, l'axe des temps et, d'autre part, la droite ayant pour ordonnée la valeur limite, en deux points A et B dont la distance, comptée sur l'axe des temps, est égale à τ.

La courbe de réponse en amplitude du circuit de transmission est une relation entre l'affaiblissement g et la fréquence f, de la forme

$$f = F(g, n, \tau),$$

dans laquelle n et τ figurent à titre de paramètres. Mais le paramètre τ y figure d'une façon très particulière. Des considérations élémentaires d'homogénéité permettent de prévoir que la fonction F est de la forme

$$F = \frac{1}{\tau} F_1(g, n).$$

---

(1) La discussion de l'équation du circuit oscillant

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

montre qu'il ne peut y avoir d'oscillations propres qu'à la condition

$$\frac{4L}{C} > R^2 \qquad \text{ou} \qquad k = R\sqrt{\frac{C}{L}} < 2.$$

D'autre part, la surtension est donnée par la formule

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{L}{R}\,\frac{\sqrt{4\frac{L}{C} - R^2}}{2L} = \sqrt{\frac{L}{CR^2} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{k^2} - \frac{1}{4}}.$$

En effet, $F_1(g, n)$ est un nombre sans dimension, et la seule combinaison des grandeurs f et τ qui soit sans dimension est leur produit $f\tau$.

En particulier, la bande passante, définie comme valeur de f correspondant à un certain affaiblissement g (par exemple 1/10⁶ en énergie), est certainement de la forme

$$f = \frac{1}{\tau} F_2(n)$$

et ne fait plus intervenir qu'une fonction d'une seule variable.

Pour pouvoir expliciter la fonction $F(g, n, \tau)$, il faut faire choix d'une représentation analytique du signal de sortie où, naturellement, devront figurer les deux paramètres n et τ, ou deux autres paramètres qui leur soient liés. Nous suivrons ensuite la voie inverse de celle qui est généralement suivie dans les problèmes traités par la méthode opératoire, c'est-à-dire que nous partirons, ici, des caractéristiques du régime transitoire pour passer à celles du régime permanent. Il suffit pour cela de chercher l'image symbolique du signal de sortie, d'où nous déduirons l'expression symbolique du facteur de transmission, c'est-à-dire de la fonction $H(p)$. La substitution de $j\omega$ à p, conformément à ce que nous avons vu plus haut, nous fournira la représentation complexe $K(\omega)$ du facteur de transmission, dont le module définit la courbe de réponse des amplitudes.

2. Retard à la transmission.

Avant de passer au calcul, examinons l'objection suivante : nous avons caractérisé le signal de sortie par les deux paramètres n et τ; il semble *a priori* qu'il faille en introduire un troisième : le retard T apporté à la transmission du signal (*fig.* 4). En fait, si la chaîne de transmission ne comprend que des circuits à constantes localisées, le signal de sortie, mathématiquement parlant, commence au même instant que le signal d'entrée, mais la croissance initiale peut être plus ou moins lente; on peut donc concevoir deux signaux caractérisés par les mêmes paramètres n et τ, mais néanmoins tout à fait distincts, et il peut sembler, *a priori*, que les courbes de réponse des circuits de transmission donnant lieu à ces deux signaux soient assez différentes. En réalité, il n'en est rien, car ces deux signaux sont très sensiblement superposables par une certaine translation θ suivant l'axe des temps; on peut dire sans grande erreur (quoique cette affirmation soit fausse, rigoureusement parlant), que le second signal est identique au premier, avec un simple décalage θ dans le temps. Il n'y a pas lieu de tenir compte de ce décalage, car il est constant, et, par conséquent, ne déforme pas les trains d'impulsions.

Un tel décalage est inobservable dans une réception de télévision, par exemple, car, tous les signaux d'image et tous les signaux de synchronisme se trouvant décalés de la même durée, il ne se produit ni altération de l'image, ni défaut de cadrage.

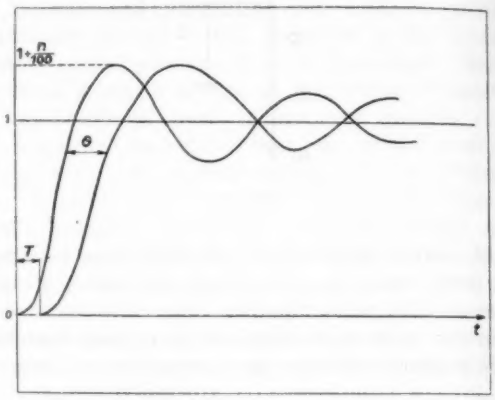


Fig. 4.

Par ailleurs, il est bien connu qu'un dispositif à retard idéal possède une courbe de réponse plate de zéro à l'infini, et, que seules les phases se trouvent modifiées par addition d'un terme proportionnel à la fréquence. Deux circuits ayant même courbe de réponse en amplitude fourniront deux signaux de sortie peut-être décalés l'un par rapport à l'autre, mais certainement superposables, et réciproquement.

3. Représentation analytique du facteur de transmission.

Cherchons maintenant une représentation mathématique simple du signal de sortie $i(t)$. On remarque que la dérivée par rapport au temps du signal de sortie présente l'allure d'une sinusoïde amortie (*fig.* 5); nous poserons donc

$$i'(t) = e^{-at} \sin \Omega t, \tag{1}$$

d'où

$$i(t) = \int_0^t e^{-az} \sin \Omega z \, dz. \tag{2}$$

Effectuant cette dernière intégration, on trouve

$$i(t) = \frac{\Omega}{\Omega^2 + a^2} \left[1 - e^{-at} \left(\cos \Omega t + \frac{a}{\Omega} \sin \Omega t \right) \right]. \tag{2'}$$

Cette expression contient deux paramètres a et Ω que nous évaluerons en fonction de n et de τ.

D'après (2') la valeur limite du signal est

$$i(\infty) = \frac{\Omega}{\Omega^2 + a^2}.$$

Le premier maximum a lieu pour $\Omega t = \pi$; par conséquent, d'après la définition même de n,

$$\frac{n}{100} = \frac{i\left(\frac{\pi}{\Omega}\right) - i(\infty)}{i(\infty)} = -e^{-a\frac{\pi}{\Omega}}\left(\cos\pi + \frac{a}{\Omega}\sin\pi\right) = e^{-a\frac{\pi}{\Omega}},$$

d'où, en introduisant le paramètre sans dimension λ,

$$\lambda = \frac{a}{\Omega} = \frac{1}{\pi}\operatorname{Log}_e\frac{100}{n}$$

ou encore

$$\lambda = 0{,}733(2 - \log_{10} n). \tag{3}$$

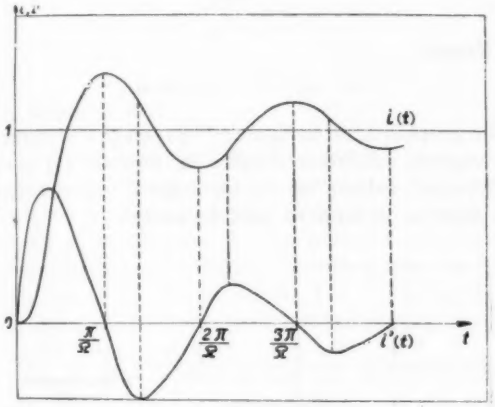


Fig. 5.

La dérivée seconde $i''(t)$ s'annule au premier point d'inflexion :

$$i''(t) = e^{-at}(-a\sin\Omega t + \Omega\cos\Omega t).$$

L'expression entre parenthèses s'annule pour

$$\operatorname{cotg}\Omega t = \frac{a}{\Omega} = \lambda \qquad (0 < \Omega t < \pi)$$

ou

$$t = \frac{1}{\Omega}\operatorname{arc\,cotg}\lambda.$$

La tangente en ce point d'inflexion a pour pente

$$i'\left(\frac{1}{\Omega}\operatorname{arc\,cotg}\lambda\right) = e^{-\frac{a}{\Omega}\operatorname{arc\,cotg}\lambda}\sin(\operatorname{arc\,cotg}\lambda) = \frac{e^{-\lambda\operatorname{arc\,cotg}\lambda}}{\sqrt{1+\lambda^2}}$$

et la durée de traînage τ est définie par la condition

$$\tau\frac{e^{-\lambda\operatorname{arc\,cotg}\lambda}}{\sqrt{1+\lambda^2}} = i(\infty) = \frac{\Omega}{\Omega^2 + a^2} = \frac{1}{\Omega}\,\frac{1}{1+\lambda^2},$$

d'où

$$\Omega = \frac{1}{\tau}\,\frac{e^{\lambda\operatorname{arc\,cotg}\lambda}}{\sqrt{1+\lambda^2}}. \tag{4}$$

Passons maintenant à la représentation symbolique de $i(t)$. D'après la formule de Carson

$$i'(t) \supset p\int_0^\infty e^{-pt}e^{-at}\sin\Omega t\,dt.$$

Les tables de correspondances symboliques fournissent directement la valeur de cette intégrale, d'ailleurs facile à calculer en intégrant deux fois par parties :

$$i'(t) \supset \frac{p\Omega}{(p+a)^2 + \Omega^2} \quad (^1)$$

et, par suite, en vertu de la propriété fondamentale des correspondances symboliques

$$i(t) \supset \frac{1}{p}\,\frac{p\Omega}{(p+a)^2+\Omega^2} = \frac{\Omega}{(p+a)^2+\Omega^2};$$

$i(t)$ est le signal obtenu à la sortie lorsqu'on applique à l'entrée l'impulsion d'Heaviside dont la représentation symbolique est tout simplement 1. Par suite, l'expression symbolique du facteur de transmission est la suivante

$$H(p) = \frac{\Omega}{(p+a)^2+\Omega^2} : 1 = \frac{\Omega}{(p+a)^2+\Omega^2}$$

et

$$K(\omega) = H(j\omega) = \frac{\Omega}{(j\omega + a)^2 + \Omega^2}$$
$$= \frac{\Omega}{a^2 + \Omega^2 - \omega^2 + 2ja\omega}.$$

Il est plus commode de normaliser ce coefficient

---

(1) Pour ceux de nos lecteurs qui ne sont pas familiers avec l'usage de la formule de Carson, rappelons un procédé plus élémentaire pour déterminer l'image symbolique de $e^{-at}\sin\Omega t$. Cette expression peut être considérée comme la partie imaginaire de l'exponentielle

$$e^{-at}e^{j\Omega t} = e^{(j\Omega - a)t}$$

dont le développement en série entière est le suivant :

$$1 + (j\Omega - a)t + (j\Omega - a)^2\frac{t^2}{2!} + \ldots + (j\Omega - a)^n\frac{t^n}{n!} + \ldots.$$

La correspondance symbolique de cette série s'obtient (règle d'Heaviside) en substituant $\frac{1}{p^n}$ à $\frac{t^n}{n!}$, soit

$$1 + \frac{j\Omega - a}{p} + \frac{(j\Omega - a)^2}{p^2} + \ldots + \frac{(j\Omega - a)^n}{p^n} + \ldots,$$

progression géométrique, dont la somme est

$$\frac{1}{1 - \frac{j\Omega - a}{p}} = \frac{p}{p + a - j\Omega}.$$

L'image symbolique de $e^{-at}\sin\Omega t$ est la partie imaginaire de cette expression, soit précisément

$$\frac{p\Omega}{(p+a)^2 + \Omega^2}.$$

de manière que sa valeur pour $\omega = 0$ soit l'unité, c'est-à-dire de poser

$$K(\omega) = \frac{a^2 + \Omega^2}{a^2 + \Omega^2 - \omega^2 + 2ja\omega}$$
$$= \frac{1 + \lambda^2}{1 + \lambda^2 - \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 + 2j\lambda\frac{\omega}{\Omega}}.$$

D'où l'affaiblissement en énergie

$$g = |K(\omega)|^2 = \frac{(1+\lambda^2)^2}{\left[1 + \lambda^2 - \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2\right]^2 + 4\lambda^2\frac{\omega^2}{\Omega^2}},$$

$$(5) \qquad g = \frac{(1+\lambda^2)^2}{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4 + 2(\lambda^2 - 1)\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 + (1+\lambda^2)^2}.$$

Cette formule permet le tracé de la courbe de réponse en amplitudes.

Cas particulier. — La formule (5) se simplifie dans le cas particulier où $\lambda = 1$, correspondant à

$$n = 4{,}30;$$

alors

$$g = \frac{4}{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4 + 4} = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}\,\Omega}\right)^4 + 1}.$$

Compte tenu de (4)

$$(6) \qquad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau}e^{\frac{\pi}{4}}\sqrt[4]{\frac{1-g}{g}} = \frac{0{,}35}{\tau}\sqrt[4]{\frac{1-g}{g}}.$$

4. Calcul de la bande passante.

Résolvons l'équation (5) par rapport à ω

$$\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4 + 2(\lambda^2 - 1)\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 - (1+\lambda^2)^2\frac{1-g}{g} = 0,$$

$$\Delta' = (\lambda^2 - 1)^2 + (\lambda^2 + 1)^2\frac{1-g}{g} = \frac{1}{g}(\lambda^4 + 1) + 2\left(\frac{1}{g} - 2\right)\lambda^2,$$

$$\frac{\omega^2}{\Omega^2} = 1 - \lambda^2 + \sqrt{\frac{1}{g}(\lambda^4 + 1) + 2\left(\frac{1}{g} - 2\right)\lambda^2},$$

$$\omega = \Omega\sqrt{1 - \lambda^2 + \sqrt{\frac{1}{g}(\lambda^4 + 1) + 2\left(\frac{1}{g} - 2\right)\lambda^2}},$$

$$(7) \quad f = \frac{1}{2\pi\tau}\sqrt{\frac{1 - \lambda^2 + \sqrt{\frac{1}{g}(\lambda^4 + 1) + 2\left(\frac{1}{g} - 2\right)\lambda^2}}{1 + \lambda^2}}$$
$$\cdot e^{\lambda \operatorname{arc\,cotg} \lambda}.$$

Définissons arbitrairement la bande passante par la condition qu'à l'extrémité f_c de cette bande l'affaiblissement g a pour valeur $1/10^e$ (en puissance). Dans ce cas

$$(8) \quad f_c = \frac{1}{2\pi\tau}\sqrt{\frac{1 - \lambda^2 + \sqrt{10(\lambda^4 + 1) + 16\lambda^2}}{1 + \lambda^2}}\, e^{\lambda \operatorname{arc\,cotg} \lambda}$$

Le terme sous le radical varie seulement du simple au double lorsque λ varie de zéro à l'infini. Pour les valeurs acceptables de λ ($0 \leqq n \leqq 10$), ce coefficient s'écarte très peu de la valeur 0,606 atteinte pour $n = 4{,}30$; les écarts par rapport à cette valeur sont seulement de l'ordre de $\pm$ 0,05. On peut donc admettre la formule suivante pour la « fréquence-limite », fréquence transmise avec un affaiblissement de 10 en puissance, soit 10 db

$$(9) \qquad f_c = \frac{0{,}60}{\tau}.$$

Exemple :

$$\tau = 3.10^{-8}\ \text{s}, \qquad f = 20\ \text{Mc}.$$

Le graphique de la figure 6 représente les courbes de réponse calculées d'après la formule (5) pour différentes valeurs de n; on a porté en abscisses les valeurs du nombre sans dimension $f\tau$.

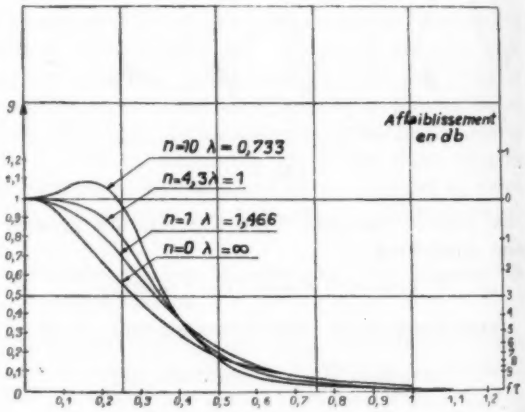


Fig. 6.

Il ressort de ces courbes que l'amplitude des oscillations du signal de sortie croît lorsque l'on relève la courbe de réponse vers les fréquences élevées. Par contre, les courbes ainsi relevées tombent plus rapidement vers zéro aux fréquences très élevées, donc donnent lieu à une durée de traînage plus courte pour une même bande passante.

L'ÉQUIPEMENT RADIOÉLECTRIQUE UTILISÉ PAR LE PILOTE D'UN AÉRODYNE ET LES INSTALLATIONS AU SOL CORRESPONDANTES

PAR SAMUEL GAILLARD,

Ingénieur chef de Service à la Société Indépendante de T. S. F.

1. Généralités.

La guerre qui vient de se terminer a donné naissance à un développement considérable de la radiotéléphonie et de la radiotélégraphie à bord des avions et hydravions. A titre indicatif, alors qu'un gros hydravion militaire n'avait guère en 1939 que 230 kg (1) d'appareil de T. S. F. à son bord, les gros hydravions alliés en emportent actuellement 800 kg environ.

Cet énorme accroissement est dû en partie à certaines servitudes de navigation ou de liaison qui ont été mises au point et imposées à tous par les Groupes de Transports militaires des États-Unis « Transport Command ». Ces servitudes ont surtout pour but de venir en aide aux pilotes et ceux-ci se sont vus progressivement doter d'un appareillage radioélectrique qui leur est particulier et pour lequel ils ont la priorité absolue d'emploi (2).

L'équipement radioélectrique mis à la disposition du pilote comprend actuellement :

— 1 ensemble émetteur-récepteur « de piste »;
— 1 récepteur de radiophares complété parfois par un récepteur de « balises »;
— 1 altimètre radioélectrique;
— 1 dispositif radioélectrique d'atterrissage sans visibilité (A. S. V.).

Nous ne nous occuperons dans la présente Note uniquement des deux premiers ensembles, car l'altimètre radio constitue un appareil indépendant qui ne correspond pas à un dispositif de liaison radioélectrique (ce n'est qu'un appareil de mesure) et le dispositif d'A. S. V. mérite à lui seul une étude particulière.

L'ensemble émetteur-récepteur « de piste » permet une liaison radiotéléphonique directe entre le pilote de l'aérodyne et le commandement de l'aérodrome. Cette liaison directe est nécessaire car le pilote doit prendre les consignes et les ordres tant pour le décollage que pour l'atterrissage; le respect d'une discipline de piste extrêmement stricte est en effet indispensable du fait du grand nombre de départs et d'arrivées qui ont lieu dans un temps parfois très court sur un aérodrome moderne.

A bord de l'aérodyne l'ensemble « de piste » est relié au réseau téléphonique de bord afin que certains autres membres de l'équipage puissent également l'utiliser (le second pilote et le navigateur par exemple).

Certains aérodynes sont équipés de postes de piste à ondes courtes (3 à 7 Mc environ), certains autres de postes à ondes très courtes (110-130 Mc).

(1) Le Bréguet 730 avait à son bord :

1 ensemble émetteur récepteur de grosse puissance S. I. F. 417	150 kg
1 ensemble émetteur récepteur de puissance moyenne S. I. F. 456 avec téléphone de bord.	50 kg
1 radiogoniomètre de bord	30 kg
Total	230 kg

(2) Il est intéressant de noter que, dès 1937, l'Aéronautique navale française avait senti cette nécessité et sans aller jusqu'à affecter aux pilotes un matériel radioélectrique spécial complet, ces derniers pouvaient utiliser la radio de bord directement. C'est de cette époque que date les études des ensembles « automatiques » S. I. F. 450 qui peuvent être considérés comme les ancêtres des dispositifs actuels.

Les ensembles correspondants au sol sont en général installés dans la « Tour d'aérodrome » d'où les opérateurs ont le contrôle visuel de tout le terrain et sont reliés téléphoniquement aux différents services de l'aérodrome (direction, ravitaillement, secours, météo, etc.). En général une station radioélectrique de tour d'aérodrome comprend un ensemble à ondes courtes et un ensemble à ondes très courtes qui fonctionnent en permanence simultanément pour pouvoir répondre ou appeler à tout moment n'importe quel appareil passant dans son rayon d'action ou de surveillance.

Le récepteur de radiophare permet au pilote de suivre la route balisée qui va d'un aérodrome à un autre. Dans ce but chaque aérodrome est muni d'un émetteur transmettant en télégraphie des signaux complémentaires sur deux systèmes d'aériens directifs (lettres A et N par exemple). Lorsque le pilote se trouve sur la route balisée, il entend un trait continu [1] et s'il s'en écarte à gauche ou à droite, il entend soit un « A », soit un « N ». A la fin de chaque minute l'émetteur lance son indicatif répété une ou plusieurs fois, ce qui permet au pilote de vérifier qu'il a bien choisi le radiophare désiré.

Certains aérodromes utilisent également l'émetteur de radiophares pour donner certaines indications au pilote en radiotéléphonie (renseignements météorologiques en particulier), mais cette disposition, bien qu'utilisée sur certaines lignes aériennes aux États-Unis, ne semble pas envisagée en France actuellement.

Lorsque le récepteur passe à la verticale des antennes de l'émetteur de radiophare, la réception s'affaiblit brusquement pour reprendre une valeur normale aussitôt le passage terminé (cône de silence). Ces antennes se trouvant en général très près de la bordure du terrain, le pilote est ainsi averti de sa position. (Les cartes de navigation dont disposent les pilotes mentionnent avec beaucoup d'exactitude la situation géographique de ces antennes par rapport au terrain.)

Mais certains aérodromes sont déjà munis de « balises » qui, disposées à une certaine distance du terrain, avertissent le pilote de son approche. Il y a en général trois balises, la première à 8 km, la seconde à 1500 m et la troisième à 66 m du terrain. Elles émettent toutes sur 75 Mc et elles sont distinguées uniquement par leur fréquence de modulation.

A bord de l'aérodyne, alimenté par la même source que le récepteur de radiophares est installé en général un *récepteur de balise*. Ce récepteur allume l'une des lampes de signalisation spéciale sur le tableau de bord au moment où l'aérodyne passe à la verticale des « balises ». Un dispositif de sélection basse fréquence compris dans le récepteur de balise permet de ne faire allumer que la lampe de signalisation correspondante.

2. Ensemble émetteur-récepteur de piste pour aérodyne.

L'ensemble radioélectrique émetteur et récepteur « de piste » a pour but, comme il a été indiqué sommairement ci-dessus, de permettre aux pilotes des avions ou hydravions de se mettre en relation radiotéléphonique avec la tour d'aérodrome et de recevoir ainsi toutes les instructions qui lui sont nécessaires tant pour l'atterrissage que pour le décollage.

Au départ, lorsque l'avion roule au sol, il appelle la Tour pour lui demander le numéro de la piste [1] qu'il doit emprunter pour le décollage. La Tour le lui indique en lui enjoignant d'aller prendre son tour à l'extrémité de la piste par un itinéraire déterminé; elle lui donne ultérieurement l'ordre de partir. Le contact est maintenu pour une cause ou une autre pendant les premières minutes de vol, puis la liaison cesse.

Comme tout le trafic s'effectue sur une seule longueur d'onde (tout au moins pour un même groupe d'aérodrome), il est nécessaire que les opérateurs n'utilisent que des phrases courtes très claires qui évitent un encombrement « du circuit » incompatible avec l'importance du trafic.

Ces phrases sont des phrases « codes » qui ont été définies pour tous les cas qui peuvent se présenter et que chacun des pilotes doit connaître. Le fait que se sont toujours les mêmes phrases qui sont répétées facilite également la compréhension des différents opérateurs [2].

Avant l'atterrissage, à une plus ou moins grande distance du terrain (au maximum 100 km), le pilote appelle la Tour qui lui donne les indications nécessaires à son approche du terrain (altitude, tour de

[1] En réalité les consignes de navigation indiquent d'avoir à se maintenir sur l'un des côtés de la zone balisée (écoute des A par exemple) juste à la limite de l'obtention du trait continu.

[1] Sur les aérodromes modernes les pistes cimentées sont numérotées par leur cap, ainsi la piste « 90 » est celle qui est orientée Est-Ouest.

[2] Ceci était particulièrement nécessaire pour les aviateurs des Nations Unies où les différents pilotes étaient de nationalités très variées parlant plus ou moins correctement l'anglais.

piste, pression au sol, etc.) puis lui donne les instructions d'atterrissage (numéro de piste, etc.) et enfin lorsque l'avion roule au sol le dirige vers le stand de ravitaillement qui lui est affecté ou tout autre lieu.

Là encore toutes ces manœuvres sont commandées par des phrases convenues.

A bord des gros hydravions transatlantiques des types Latécoère 631, le second pilote suit en permanence cette conversation et donne, par téléphone, aux différents postes de manœuvre les instructions nécessaires.

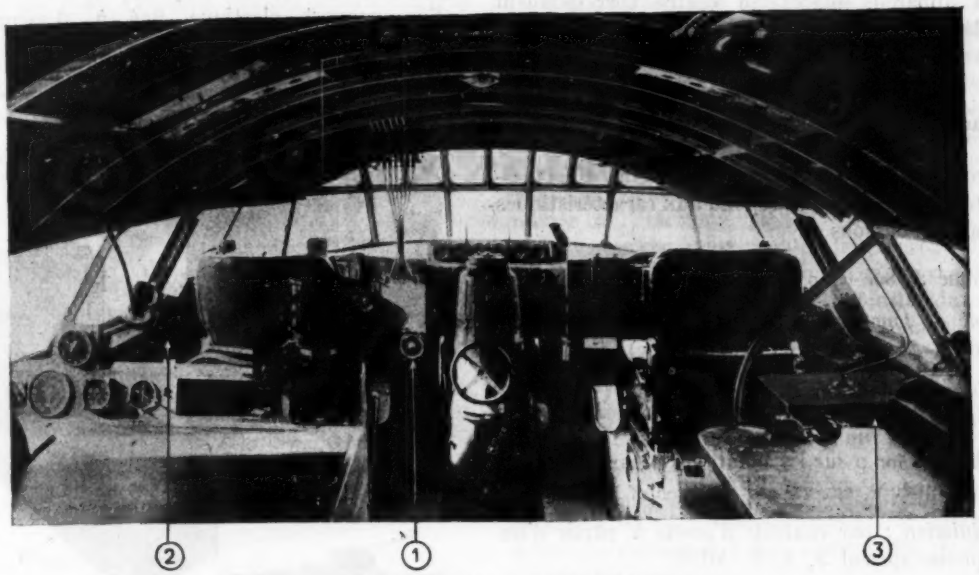


Fig. 1. — Aménagement intérieur du « Lionel de Marmier ».

1, récepteur de radiphares S. I. F. 347; 2, tableau de commande 1er pilote pour 484 (incorporé au poste téléphonique de bord); 3, ensemble « 484 ».

La portée maximum indiquée ci-dessus est de l'ordre de 100 km, mais en réalité la portée moyenne du poste de piste doit être d'environ 30 à 40 km.

Pour avoir une sécurité de liaison totale une puissance porteuse de l'ordre de 20 W dans la gamme 2800 à 6700 kc paraît nécessaire.

La Société indépendante de T. S. F. a créé deux ensembles émetteurs-récepteurs « de piste » : Le « modèle 484 » pour les aérodynes, le modèle « 484 T » pour les aérodromes.

Elle a également mis au point un récepteur modèle « 347 » destiné plus particulièrement à l'écoute des radiophares à ondes moyennes et à cadres croisés.

Les premiers appareils construits équipent le *Lionel de Marmier* et la Tour de la base Aéronavale de Biscarosse (Landes).

La figure 1 montre quelques aménagements intérieurs du *Lionel de Marmier* sur lesquels on voit les éléments des ensembles S. I. F. « 484 » et « 347 ».

La figure 2 représente le banc d'essais sur lequel

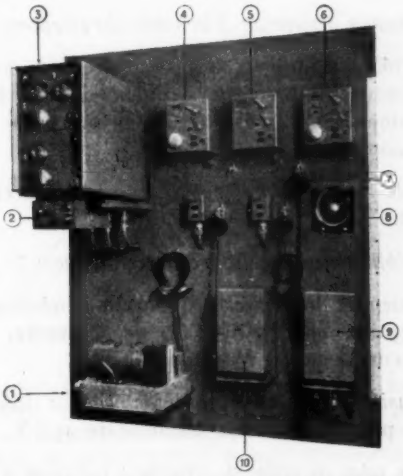


Fig. 2. — Banc d'essais pour matérel radioélectrique et téléphonique d'avion Bloch 161.

1, alimentation « 484 »; 2, tableau de commande « Local »; 3, coffret émetteur et récepteur 484; 4, poste téléphonique « Radio »; 5, poste téléphonique « 2e pilote »; 6, poste téléphonique « 1er pilote »; 7, microphone S. I. F. « MD. 6 »; 8, récepteur « 347 »; 9, alimentation et B. F. « 347 » 10, alimentation et ampli « 632 ».

est vérifié l'ensemble d'équipement prévu pour les avions « Bloch 161 » du Réseau des lignes aériennes françaises. On y remarque à gauche l'ensemble S. I. F. « 484 » et à droite le récepteur S. I. F. « 347 ».

Les appareils placés au centre correspondent au téléphone de bord S. I. F. « 632 » qui fera l'objet d'une note ultérieure.

3. Ensemble émetteur-récepteur S. I. F. « 484 ».

Caractéristiques générales. — L'ensemble émetteur-récepteur S. I. F. « 484 » répond aux caractéristiques générales ci-dessous :

Gamme : 2800-6700 kc (45 à 107 m).

Mode de fonctionnement : A3 (téléphonie) et en utilisation de secours A1 (télégraphie).

Puissance antenne : 20 W porteuse [1] en A3 (profondeur de modulation $\geqq$ 80 %).

Stabilité : 500 p sur les points les plus défavorisés de la gamme.

Modulation : par contrôle d'anode à partir d'un microphone spécial S. I. F. MD6.

Sensibilité du récepteur : 10 μV pour 350 mW de sortie, avec un rapport signal sur bruit de fond supérieur ou égal à 26 db.

Puissance disponible à la sortie du récepteur : 1 W.

Contrôle automatique de gain : la tension de sortie du récepteur ne varie que de moins de 10 db lorsque la tension haute fréquence à l'entrée passe de 10 à 100 000 μV.

Bande passante du récepteur : 7 kc à 6 db et 35 kc à 60 db.

Affaiblissement de la fréquence image : $\geqq$ 40 db.

Fréquences pré-réglées : 4 tant à l'émission qu'à la réception par l'utilisation de 8 quartz, 4 sur l'émetteur, 4 sur le récepteur.

Intensité prise au réseau de bord : inférieure à 13 A pour une tension normale de 27,5 V.

Poids total en ordre de marche : inférieur à 35 kg sans câblage mais avec ses dispositifs de fixation.

[1] Cette puissance a été définie, en accord avec les Services techniques du Ministère de l'Air, d'après les résultats d'exploitation des Ensembles émetteur-récepteur S. I. F. 450, actuellement en service sur certains hydravions de l'Aéronautique navale.

Description. — Comme le représente la figure 3, l'ensemble ER S. I. F. « 484 » est constitué de trois éléments principaux :

Le coffret émetteur-récepteur.

Son support élastique fixé à demeure sur l'aérodyne.

Le coffret d'alimentation.

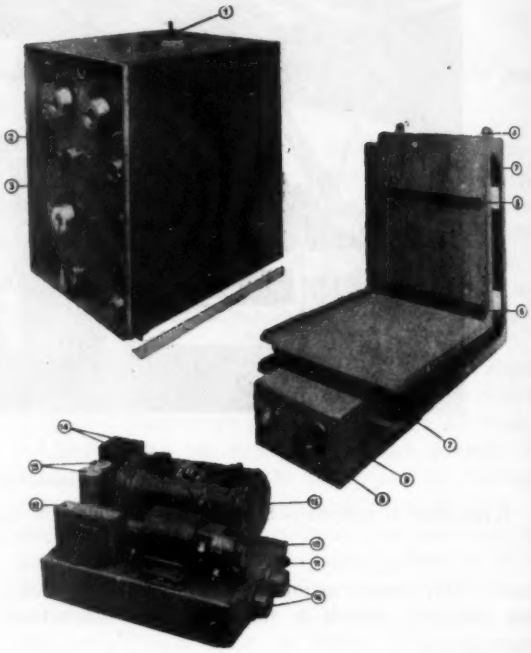


Fig. 3. — Ensemble « S. I. F. 484 ».

1, borne d'antenne; 2, émetteur; 3, récepteur; 4, pattes de fixation sur l'avion; 5, fiches de liaison à l'émetteur; 6, fiches de liaison au récepteur; 7, amortisseurs; 8, tableau de commande « local »; 9, voyant lumineux « marche »; 10, convertisseur, 250 V; 11, fusible 500 V; 12, transformateur 150 p/sec; 13, condensateurs 250 V; 14, condensateurs 500 V; 15, convertisseur 500 V; 16, fiches de liaison.

Sur cette photographie les panneaux ou coffrets de fermeture ont été enlevés pour montrer les constituants principaux :

Le coffret l' « émetteur-récepteur » en duralumin plié et embouti comprend deux « tiroirs » : à la partie supérieure l'émetteur, à la partie inférieure le récepteur.

La figure 4, représente l'émetteur vu de côté, elle permet de se rendre compte de la constitution générale de l'émetteur dont le principe de fonctionnement est le suivant :

Un quartz oscillant sur la fréquence moitié de la fréquence à émettre est relié à la grille d'une lampe 6M6 qui sert de lampe pilote, doubleuse de fréquence à une lampe amplificatrice de sortie qui est une P 40. Les deux circuits accordés correspondant aux anodes des deux lampes précitées sont en commande unique par leur condensateur dont la position angulaire du rotor est fixée par le dispositif mécanique de repérage de fréquence.

L'anode de la P 40 peut être reliée à son alimentation (500 V), soit directement (fonctionnement

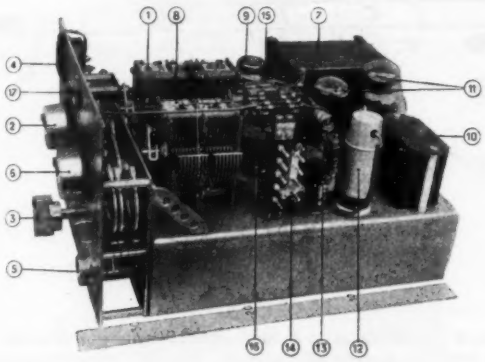


Fig. 4. — Émetteur « 484 ».

1, condensateur triple d'accord; 2, bouton de commande d'accord; 3, bouton de choix, fréquence repérée; 4, ampèremètre d'antenne; 5, fiche de branchement de la boîte de contrôle; 6, bouton d'accord antenne; 7, transformateur de modulation; 8, condensateur accord antenne; 9, lampe amplificatrice (P 40); 10, transformateur de liaison du modulateur; 11, lampe de modulation (6L6); 12, lampe d'entrée du modulateur (6Q7); 13, relais d'antenne; 14, grille d'adaptation de l'antenne; 15, contact d'antenne; 16, self d'accord antenne; 17, tube au néon, indicateur d'accord.

en télégraphie), soit par l'intermédiaire du secondaire du transformateur de sortie du modulateur (fonctionnement en téléphonie). La modification de branchement est réalisée par un relais dont l'ouverture (télégraphie) est commandée par l'insertion de la fiche « manipulateur » dans le jack correspondant du tableau de commande.

Le modulateur comporte trois étages : un étage d'entrée relié au microphone et utilisant une lampe « 6Q7 », un étage intermédiaire équipé d'une lampe 6F6 et un étage amplificateur de sortie dont les deux lampes 6L6 travaillant en classe B, alimentent le transformateur de modulation par contrôle d'anode de la P 40.

L'antenne (dont la borne de liaison est à la partie supérieure du coffret « émetteur-récepteur » est reliée par l'intermédiaire d'un « relais d'antenne », soit au circuit accord antenne de l'émetteur, soit au circuit d'entrée du récepteur. Sur la position « émission » le relais d'antenne relie également l'entrée du récepteur à la masse.

Le circuit d'accord antenne de l'émetteur est essentiellement constitué par une self et un condensateur variable dont la position angulaire du rotor est fixée par le dispositif mécanique de repérage de fréquence et une self inductance dont une grille de répartition permet d'adapter, lors de l'installation sur l'avion, l'antenne utilisée au circuit interne de l'émetteur.

Un transformateur haute fréquence alimente, par l'intermédiaire d'un redresseur convenable, un appareil de mesure indiquant l'intensité du courant dans le fil d'antenne et permet le contrôle auditif de l'émission.

Le « relais d'antenne » est commandé en même temps que le relais de manipulation par le bouton « micro-alternat » (téléphonie) ou par le manipulateur (télégraphie).

La fiche de contrôle placée sur le panneau avant permet à un opérateur de mesurer le courant des différents circuits à l'aide d'une boîte de contrôle convenable.

La figure 5 représente le récepteur vu de côté : elle permet de se rendre compte de la constitution

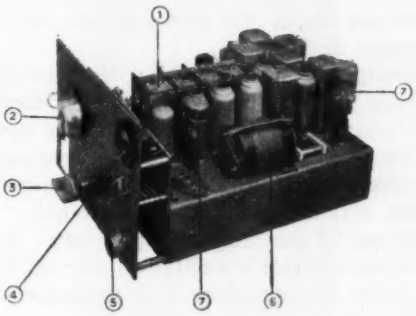


Fig. 5. — Récepteur « 484 ».

1, condensateur quadruple d'accord; 2, bouton de commande d'accord; 3, bouton de choix de la fréquence pré-réglée; 4, microampèremètre indiquant l'oscillation du quartz; 5, fiche de branchement de la boîte de contrôle; 6, télédyne de commande du correcteur d'accord; 7, lampe stabilovolt 75 × 15.

générale du récepteur dont le principe de fonctionnement est le suivant :

Une lampe 6M7 (dont les circuits d'accord constituent des filtres H. F. éliminant les fréquences

parasites et la fréquence image) amplifient, avant le changement de fréquence, les tensions induites dans l'antenne.

Le changement de fréquence est obtenu dans une lampe 6L7 où les oscillations locales sont générées par une lampe séparée (6C5) dont la grille est couplée à celui des quatre quartz correspondants à la fréquence choisie.

Un filtre transmet les oscillations à fréquences intermédiaires ainsi obtenues (600 kc) à la lampe amplificatrice MF (6M7).

L'amplificateur 600 kc utilise une lampe 6M7 et une lampe 6H8, les diodes de cette dernière servant à la commande de contrôle automatique de gain.

La détection est assurée par les éléments diodes d'une lampe 6H8 dont l'élément pentode sert de pré-amplificatrice basse fréquence.

La lampe B. F. de sortie est une 6V6.

La réception des ondes entretenues (télégraphie) est obtenue par la mise en oscillation sur 601 kc environ d'une lampe 6C5. Cette commutation est faite par un relais commandé simultanément avec le relais « télégraphie-téléphonie » de l'émetteur.

Une lampe « stabilovolt 75 × 15 » stabilise la tension anodique du dispositif de contrôle auditif d'émission.

Le réglage des circuits des filtres H. F. et de l'accord « quartz » est obtenu par la rotation d'un condensateur quadruple dont la position angulaire du rotor est définie par la commande mécanique de repérage de fréquence.

Le principe du fonctionnement de ce mécanisme de repérage (qui est le même pour l'émetteur que pour le récepteur) est représenté par la figure 6, toutes les pièces de précision qui entrent dans sa construction sont réalisées en acier inoxydable ou en bronze d'aluminium à haute résistance.

Le passage d'une fréquence pré-réglée à une autre est instantané; il suffit d'amener un bouton sur le chiffre correspondant à la fréquence choisie (1, 2, 3 ou 4).

Le changement d'une fréquence pré-réglée est rapide, inférieur à 1 minute en y comprenant l'échange du quartz correspondant.

L'ensemble émetteur - récepteur de piste, S. I. F. 484 peut être utilisé de deux façons différentes :

a. Depuis le pupitre de commande en « local » visible sur la photographie n° 3;

b. Depuis un ou deux tableaux de commande à distance incorporés ou non au téléphone de bord.

Le tableau de commande « local » sert surtout au radiotélégraphiste du bord, soit pour vérifier le fonctionnement du poste de « piste », soit pour changer une des fréquences pré-réglées, soit pour l'utiliser en télégraphie comme poste de secours.

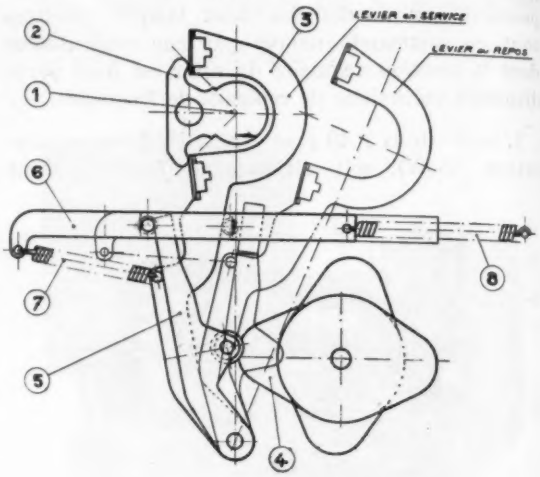


Fig. 6.

1, axe d'entraînement du condensateur; 2, came de commande; 3, levier de commande; 4, cames de choix de la fréquence repérée; 5, levier de poussée; 6, guide; 7, ressort de billage; 8, ressort de rappel.

Le commutateur principal de ce tableau comprend quatre positions :

Arrêt :

Distance : (le 484 est alors utilisable par un ou deux tableaux de commande à distance.

Local « réglage » dans lequel seul le récepteur et les petits étages de l'émetteur sont alimentés.

Local « trafic » qui est la position normale d'utilisation par le radio-télégraphiste du bord comme indiqué ci-dessus.

La face avant du tableau de commande « local » supporte aussi :

Les fiches de branchement du manipulateur, du casque et du microphone.

Le bouton de commande « micro-alternat » (qui ferme à la fois le circuit des relais de manipulation et le circuit microphonique).

Le « volume control » de la force de réception dans le casque.

Sur la figure 2, les postes téléphoniques extrêmes (4 et 6) permettent l'utilisation de l'ensemble « 484 »,

Fig. 7. — Pupitre de commande à distance S. I. F. « 484 ».

dont la commande à distance est incorporée à ces postes téléphoniques.

La figure 7 représente un tableau de commande à distance « 484 » sans téléphone de bord incorporé. La mise en marche de l'ensemble qui se fait par le bouton « marche-arrêt » fait apparaître en vert le mot « piste » sur le voyant. Ce mot apparaît en rouge si l'ensemble 484 est déjà utilisé depuis le second tableau de commande à distance. Un dispositif de verrouillage électrique empêche d'ailleurs toute fausse manœuvre entre les deux pupitres.

Le dispositif d'alimentation de l'ensemble S. I. F. 484 à partir du réseau de bord est représenté figure 8, il se compose essentiellement d'un châssis contenant les relais de commande et les dispositifs de filtrage et supportant les deux machines amovibles.

La petite machine transforme le réseau de bord d'une part en 250 V continu par l'alimentation du récepteur et des petits étages de l'émetteur et

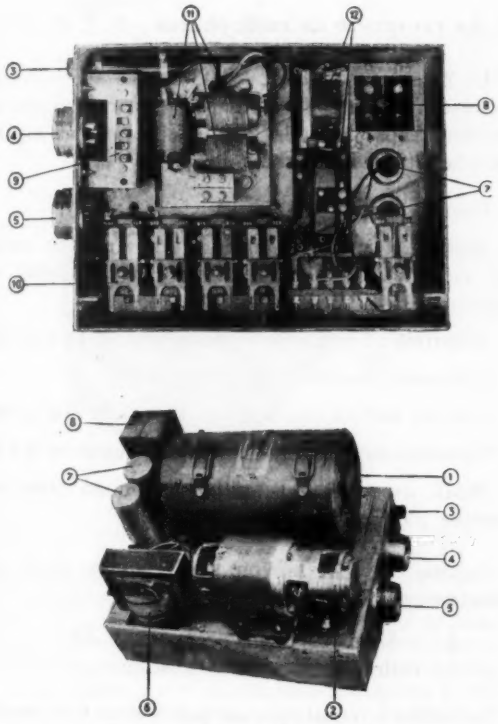


Fig. 8. — Alimentation « 484 ».

1, convertisseur « 500 V »; 2, convertisseur « 250 V »; 3, fusible « 500 V »; 4, fiche d'amenée de courant; 5, fiche de liaison à l'émetteur-récepteur; 6, transformateur 150 p; 7, condensateur de filtrage 250 V; 8, condensateur de filtrage 500 V; 9, fiche fixe du convertisseur 500 V; 10, relais de commande; 11, self de filtrage haute fréquence; 12, self de filtrage basse fréquence.

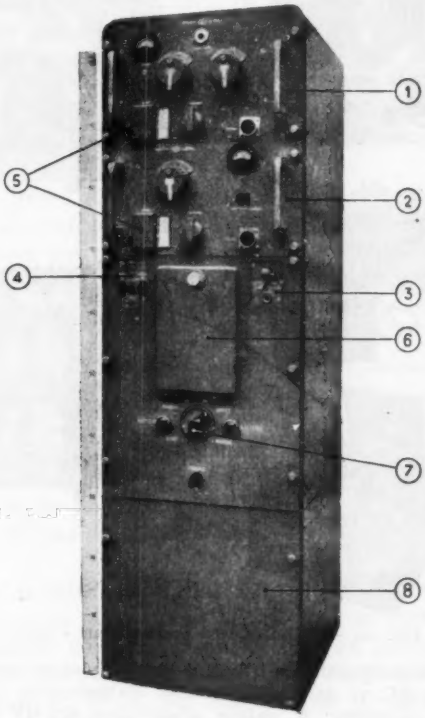


Fig. 9. — Ensemble émetteur-récepteur pour tour d'aérodrome S. I. F. « 484 ».

1, émetteur « 484T »; 2, récepteur « 484T »; 3, tableau de commande « local », côté droit; 4, tableau de commande « local », côté gauche; 5, porte d'accès aux quartz; 6, porte d'accès aux valves; 7, interrupteur général; 8, panneau d'accès à l'alimentation de secours.

du modulateur et, d'autre part, en 17 V alternatif 100 p:s.

La seconde machine fournit la tension de 500 V nécessaires aux anodes des lampes amplificatrices de l'émetteur et du modulateur.

4. Ensemble émetteur-récepteur S. I. F. « 484 T » pour tour d'aérodrome.

L'ensemble S. I. F. « 484 T » représenté sur la figure 9 destiné à l'équipement à ondes courtes des tours d'aérodromes possède les mêmes caractéristiques radioélectriques que le modèle 484 pour aérodyne décrit ci-dessus avec en supplément un dispositif d'alimentation statique par le secteur alternatif.

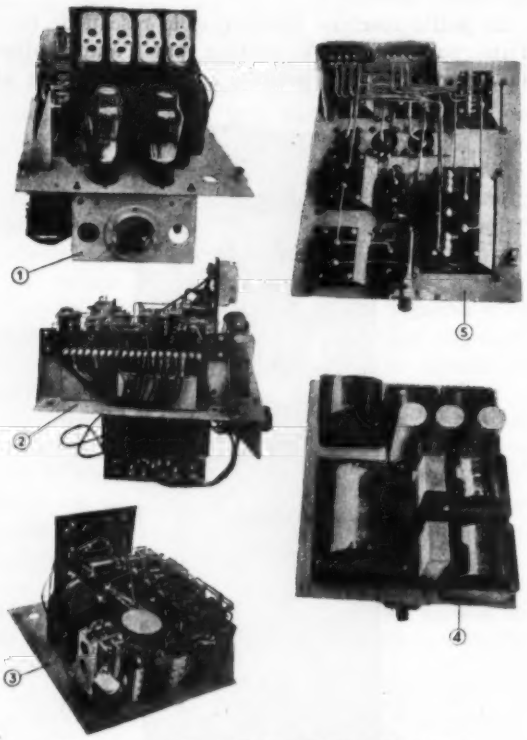


Fig. 10. — Alimentation secteur pour « 484 ».

1, plateau alimentation BT, vu de face; 2, plateau alimentation BT, vu de côté; 3, plateau d'alimentation BT vu de 3/4 arrière; 4, plateau alimentation HT/MT vu de dessus; 5, plateau alimentation HT/MT vu de dessous.

Il se présente sous la forme d'un châssis métallique contenant :

L'émetteur et le récepteur, semblables à ceux du poste d'aérodyne, le dispositif d'alimentation sur le secteur (en deux plateaux, visibles sur la figure 10), le tableau de commande local, également en deux parties qui comporte les mêmes organes et a le même but que le tableau de commande en local précédemment décrit.

Enfin, un dispositif automatique permet de fonctionner instantanément sur batterie de secours 24 V en cas d'interruption de courant secteur. L'alimentation de secours utilisée, placée à la base du poste, est rigoureusement interchangeable avec le coffret d'alimentation du poste d'aérodyne décrit ci-dessus.

Comme pour ce dernier, le poste « 484 T » peut être utilisé depuis un ou deux tableaux de commandes à distance qui sont également du même modèle que celui représenté par la figure 7.

Avec l'ensemble émetteur-récepteur proprement dit, il est également fourni une antenne, un haut-parleur et un microphone.

5. Le récepteur de radiophares « S. I. F. 347 ».

Le récepteur S. I. F. « 347 » plus spécialement destiné à l'écoute des radiophares à cadres croisés représenté par la figure 11, possède les principales caractéristiques suivantes :

Gamme : 428 à 200 kc/sec.

Sensibilité : 5 μV pour une puissance de sortie de 350 mW avec un rapport signal sur bruit de fond supérieur à 26 db.

Sélectivité : 3 kc à 6 db et inférieur à 25 kc à 60 db.

Puissance maximum de sortie : 1 W.

Antenne utilisée : quelques mètres de fil (6 à 20 m).

Consommation au réseau de bord : inférieur à 3 A.

Poids, avec lampes et alimentation, en ordre de marche : inférieur à 8,500 kg.

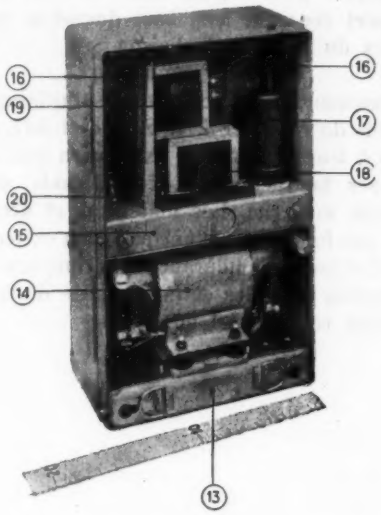
Comme on peut le voir sur la figure 11, il est constitué par deux coffrets :

— Le coffret récepteur proprement dit;
— Le coffret B. F. et alimentation.

Le coffret « récepteur » est prévu pour être monté à portée de main du pilote et par exemple encastré dans le tableau de bord (*fig.* 2), l'encombrement de la façade a été spécialement réduit à 13 × 14 cm dans ce but.

Cette façade laisse apparaître les deux boutons de commande nécessaires à l'utilisation du récepteur, d'une part la couronne extérieure qui peut occuper

sept positions et au centre le bouton de commande des circuits d'accord.



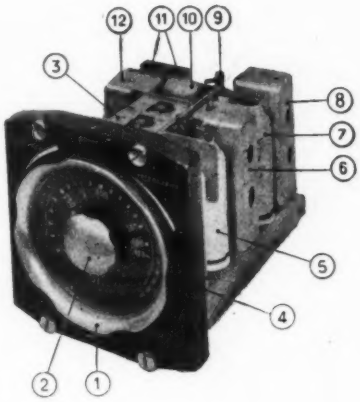


Fig. 11. — Récepteur de radiophares « S. I. F. 347 ».

1, volant de mise en marche; 2, bouton de commande d'accord; 3, condensateur variable triple; 4, panneau avant servant à la fixation du récepteur sur l'avion; 5, lampe de changement de fréquence; 6, transformateur M. F. n° 1; 7, lampe amplificatrice M. F.; 8, transformateur M. F. n° 2; 9, lampe délectrice 1° B. F.; 10, lampe oscillatrice M. F.; 11, fiche de liaison; 12, bobinage oscillateur M. F.; 13, châssis d'alimentation; 14, convertisseur d'alimentation; 15, châssis amplificateur B. F.; 16, lampes stabilovolts; 17, lampe amplificatrice B. F.; 18, transformateur de sortie; 19, self-inductance de filtrage B. F.; 20, interrupteur pour essais au sol.

Les sept positions que peut occuper la couronne extérieure sont les suivantes :

— Une position médiane : arrêt, qui correspond à la coupure du courant sur le récepteur et sur son alimentation, et de part et d'autre de cette position médiane,

— Trois positions « faible, moyen, fort », à droite pour la réception des ondes entretenues (télégraphie) et à gauche, pour la réception des ondes modulées (téléphonie).

Le cadran possède une division linéaire en 270° et une division en kilocycles qui est luminescente.

Le récepteur est un superhétérodyne classique qui comprend :

— Une lampe amplificatrice H. F. (6M7);
— Une lampe changeuse de fréquence (6E8);
— Une lampe amplificatrice à fréquence intermédiaire (6M7);
— Une lampe détectrice, pré-amplificatrice à basse fréquence (6Q7);
— Une lampe oscillatrice (6C5) permet la réception des ondes entretenues.

Ces cinq lampes sont placées dans le coffret « récepteur », ce dernier est lié par un câble multiple au coffret « B. F et alimentation » qui contient la lampe amplificatrice de sortie (6F6).

Les divers éléments constitutifs du récepteur sont fixés sur le châssis horizontal qui supporte à l'arrière les deux fiches de liaison au câblage fixe. Le récepteur constitue en effet un « tiroir » qui établit automatiquement les contacts nécessaires lorsqu'il est mis en place dans sa boîte.

Les trois positions « faible-moyen-fort » du bouton extérieur correspondent à trois positions de « sensibilité » conjuguées à trois positions de « puissance ». Ce bouton agit en effet simultanément sur deux commutateurs, l'un agissant sur la polarisation des grilles des lampes amplificatrices (H. F. et M. F.) l'autre dosant la tension B. F. sur la grille de la 6Q7.

Pour faciliter son utilisation par le pilote de l'aérodyne, ce récepteur ne possède pas de contrôle automatique de gain (ce qui permet au pilote de se rendre compte s'il s'éloigne ou se rapproche du radiophare et lui facilite l'observation de passage dans le « cône de silence »).

Le « coffret B. F. et alimentation » comporte deux tiroirs superposés.

Le tiroir inférieur supporte le convertisseur amovible et les dispositifs d'antiparasitage de celui-ci.

Le convertisseur transforme le réseau de bord 24 V en 250 V continu et peut débiter 130 mA. Il peut donc alimenter le récepteur de balise en même temps que le récepteur de radiophares (une fiche spéciale est prévue à cet effet).

Ce convertisseur est interchangeable avec ceux qui équipent d'autres appareils susceptibles d'être montés sur le même avion. (Téléphone de bord S. I. F. 631 ou 632 par exemple.)

Le tiroir supérieur comporte les organes de filtrage du convertisseur et la lampe amplificatrice basse fréquence de puissance (6F6) ainsi que le transformateur de sortie spécialement réalisé pour pouvoir alimenter de 1 à 3 casques.

Deux lampes stabilovolts 75 × 15 sont utilisées pour stabiliser la tension anodique des deux oscillatrices du récepteur.

Le coffret « B. F. et alimentation » est fixé sur un support élastique à la base duquel se trouvent les fiches du câblage de liaison.

Les manœuvres nécessaires à l'utilisation de l'ensemble du matériel S. I. F. 484 et 347, ont été réduites à leur plus simple expression pour ne pas compliquer la tâche déjà considérable du pilote d'un avion moderne. Les matériaux et accessoires utilisés, ont fait l'objet d'une sélection extrêmement sévère et d'essais d'endurance très complets, malgré les difficultés actuelles et la nécessité de fabriquer rapidement ce matériel nouveau.

Imp. GAUTHIER-VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
123044
Dépôt légal, 1946, n° 224.